

“多元表征”

对小学数学教学的影响及对策

王亚芳 (福建省晋江市第三实验小学)

施巧凝 (福建省晋江市第三实验小学)

有意义的学习是学生基于个体的经验,对外来信息进行解释、成像、重组、构绘等心理活动,来揭示阐明事物、知识、想法的基本特征(表征形式)。在数学概念学习的过程中,学习者总会以自己的方式(物理的或心理的),将一种事物、知识或想法通过各自的心理活动,对信息进行解释或形成多种转译。由于个体大脑中的认知结构不同,对同一概念的学习在心理活动中的表现与记载方式也不尽相同,从而形成对信息进行多元化的表征。

同时,运用多元表征对问题形成正确的表征是解决问题的前提。无论是解决生活中的数学问题,还是解决基于文字信息的数学问题,处理时,学习者首先要提取认知结构中相关联的信息对问题进行表征,而不同的表征方式在解决问题时会有不同的效果。数学问题具有复杂性和抽象性,只用一种方式进行表征来解决问题,往往只停留在问题表面,或问题的某一方面,导致对问题内涵及本质准确刻画的缺位,从而影响了所学概念的意义建构。因此,研究多元表征的成因及形式、多元表征的内部结构及关系,是我们了解学生、了解教材(概念或所要解决问题的本质),引导学生进行意义学习的关键。

一、从“多元表征的多样性”看“个体经验的差异性”

认知主义者认为,儿童根据个人经验所认为的,有时会与真实情况不一致或不完全。因为每个学生来自不同的家庭背景、生活环境,不同的社会文化氛围导致不同的学生有不同的思维方式和解题策略。个人经验积累或阅历(认知结构)的差异性,预示着对同一概念或问题作出的解释与表达也存在着多元性。个体经验

的差异性决定表征问题形式的多元性,而在小学数学概念学习或数学问题解决过程中,这种心理活动表现特别明显。

例如,教学“分数的初步认识”时,学生借助自己的经验对“一半”进行了多样化的表示或记载。如图1:

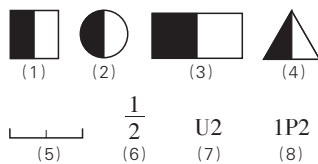


图1

又如,教学“两位数乘两位数”的竖式乘法,“每张票价23元,购买12张这样的票共多少元?”学生在解决这个问题时,借助头脑中的已有认知结构对“12个23”进行多样化解释及表达形式。如图2:

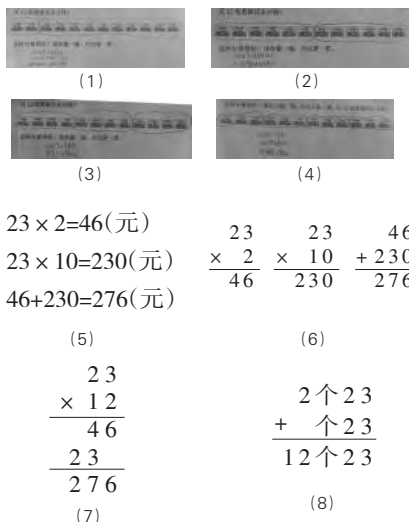


图2

学生根据已有的认知经验,通过各自的心理活动,运用各自的方式方法尝试对问题与概念的内涵作出合理解释的表达形式,可以归结为以下四种:一是体验表征,学生通过折与涂的体验方式表示“一

半”的形式有1(1)、1(2)、1(3)、1(4),借助平时购物体验来表示“12张23元可以分成2张23元及10张23元,分别进行计算,再相加”;二是图像表征,学生借助图像1(5)表征“一半”的涵义,借助分步算式结构图2(5)、2(6)表征“12个23可以分成2个23与10个23”的基本方法;三是言语表征,学生在多元表征的基础上,借助外在形式,内化言语表征水平,如学生用“将一个物体平均分为2份,其中的1份就是这个物体的二分之一”表征“一半”,用“2个23加10个23等于12个23”来表征乘法竖式的基本算理;四是符号表征,学生借助符号式“ $\frac{1}{2}$ 、U2、1P2”表征“一半”的意义,

借助数字符号式进行竖式计算来表征“2个23是46,10个23得230,两部分结果相加是276”的算理。多元表征的形式多样,一种是借助具体情境、具体材料等物理的表征材料来表现心理活动及思考结果,另一种是借助图像、符号、语言记载心理活动情况及思考结果。各种表征形式没有游离于其所要表征的内容与本质,只是载体不同、角度不度、心理活动的层次不同。如图3所示。



图3

多元表征与个体经验是因果关系。世界是客观存在的,但每个人的经验不同,对于外部世界的理解也迥异,人们通常以自己的经验、理解为基础来建构现实、解释现实。所以,学习不是由教师把知识简单地传递给学生,而是由学生自己建构知识的过程。学生不是简单被动地

接收信息,而是主动地建构知识的意义,这种建构是无法由他人来代替的。作为教师不能无视学生的差异,应允许学生的多元表征存在,以便基于学情采取相应的教学策略,让不同的学生都在原有的基础上有所发展。

二、从“多元表征的系统性”看“认知过程的完整性”

对于一个数学概念或数学问题,往往可能通过多元的形式来表现或记载它。不同的表达形式是学生凭借已有经验对信息作用的反应与判断,并作出不同的解释。从学习者的经验层面分析,这是不同经验水平对同一概念表述的必然结果,从所要表征的问题及概念的层面分析,这是同一概念在不同角度、不同层次、不同侧面的内涵呈现。不同的经验水平参与到同一问题或概念的学习中,其学习目的与归宿是一致的,或者说所建构的概念本质是同一个。我们可以认为,每一种表征形式都是基于信息本质的基础上经过信息系统加工处理生成,并使信息及其相关联的表征一起形成一个表征系统。如图4所示。

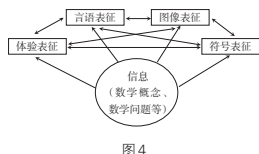


图4

从上图看,多元表征形式是一个概念用不同的方式进行表达的一种心理活动及思维水平的集中体现。系统的整体功能大于局部功能,不同形式的表征不仅丰富知识的内涵和外延,而且使各种表征形式之间相互补充、相互完善,对问题、概念的本质进行准确定位与把握。如只用体验表征尝试在大脑中建立“ $\frac{1}{2}$ ”分数的意义,学习者因感受不足,停留在“浅入浅出”的层面,导致学生僵化、机械地识记知识或概念;如只用图像表征尝试构建“ 12×23 ”乘法竖式计算的算理与算法,学生因缺乏生活经验、直观水平的支撑,出现程序性地叙说计算算法及计算步骤,教学则陷入“深入浅出”窘境。学习者只有学会用多种方式进行表征,对问题多方面、多层次解释与表征完整的过程,才能对概念、问题的内涵和本质进行完整的、准确的、透彻的分析与刻画。

如上述,教师在引领学生建构用分数表示“一半”认知活动中,就是教师引导学生经历“体验表征——图像表征——言语表征——符号表征”的完整过程。一是引导学生通过涂、折、剪活动,体验“一半”产生的过程,形成体验表征;二是引导学生分别用不同的图形表征“一半”,形成图像表征;三是用自己的语言表述“将一个物体平均分成2份,其中的1份就是这个物体的二分之一”形成言语表征;四是用诸如“ $\frac{1}{2}$ 、U2、1P2”的符号来表征“一半”,形成符号表征。四种表征形式之间所要表达的内容本质是一样的,即“平均分”、“分2份”、“取1份”。四种表征之间相互补充,不可缺位,形成一个完整的认知过程系统,如图5所示。学生在四种表征形式之间进行相互转换,不断提升对“一半”概念本质充分而丰富的感悟。

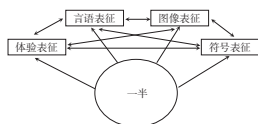


图5

多元表征之间具有相通性,不同形式的多元表征相互之间可以实现相互转换、相互验证、相互补充、相辅相成,即使形式不同,其所要表达的内容与实质却是相同的,从而构建一个较为完整的系统。这一点,对于我们开展一个开放性、完整性的教学过程,引领学生完整地认识概念与问题的本质提供了新的认识。

三、从“多元表征的层次性”看“认知过程的阶段性”

多元表征材料是否存在层次性?这些层次性的结构化是依据什么进行划分?我们发现,教师在运用多元表征开展教学过程中,经常出现低效课堂。究其原因,主要有三:一是凭借概念的某单项表征,以偏概全地学习概念,导致概念内涵把握出现单一、僵化、机械;二是同一概念的多元表征之间联系缺位,导致学生因感受不足而无法全面理解概念内涵与本质;三是多元表征之间的层次序界定不清,导致学生认知序出现颠倒与混乱。因此,研究多元表征的形式及它们之间的层次性,从学习者的心理活动规律出发,遵循认知规律,是帮助学生实现意义学习的关键。

[案例1]运用多元表征进行“除法竖

式”(两位数除以一位数的除法)教学时,“48根小棒平均分成3堆,每堆有几根?”面对这个问题,从四个阶段引领学生完成对抽象的除法竖式的意义建构。如图6:

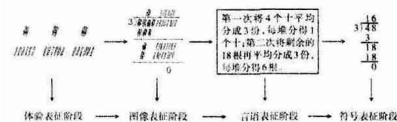


图6

[案例2]在教学第一次理解相差数量关系“6比4多几”时,教师运用多元表征引领学生从三个阶段逐步建构对数量关系的理解。

1.体验表征阶段:摆一摆、比一比,第一行摆4个○,第二行要求摆的△比○多2个,在摆的时候,要想一想先摆几个△,再摆几个△,一共摆几个△。

2.图像表征阶段:画一画、比一比的情况。



3.符号语言阶段:用式子写一写、比一比: $4 < 6$, $6 - 4 = 2$ (人)。

分析两个教学案例,我们可以发现,有效沟通多元表征之间的关联性,提取不同表征材料不同当中的相同,变化之中的不变,顺其自然地实现从“体验表征”到“图形表征”到“言语表征”或“符号表征”的相互承接,有效促进对概念或问题的意义理解。而这样的处理方式,基于什么样的考虑呢?

在案例1中,表征材料的形式不同,水平也不同。但三种水平的多元表征用不同的形式表述了一个共同的事理。在体验表征阶段,用实物充分地体验了“48根小棒平均分成3堆,第一次先分整捆,每堆分得1捆;第二次将剩余的1捆打开与8根合为18根继续分,每堆再分得8根”这一操作过程与方法;在图像表征阶段,借用“小棒竖式”这一图形形式,记载“两次分物”的过程与思考;在符号表征阶段,借助数字符号表达“分物过程”的算理与算法。

在案例2中,学生完成操作之后,让他们对照自己所摆的结果想一想:我是先摆什么,再摆什么,得出什么样的结果(实物操作)。此刻实际操作的全过程在学生头脑中有一个比较深刻的印象。接着让学生用自己的语言说一说摆的过程,在摆一

摆、想一想的基础上,将此过程用图像表示出来(图像操作)。最后,学生在直观水平、表象水平的支撑下,思维已由“外在物化”转化为“内化认知”,由感知表象上升到抽象水平,紧接着提出了数学算式(符号操作),帮助学生实现了“实物操作——图像操作——符号操作”的三次转化与提升,完成对概念的理解。多种表征形式异理同,不但具有关联性,而且具有层次性。从认知阶段论的角度看,这与学生认识事物的“直观水平、表象水平、抽象水平”认知阶段是相对应的,如图7所示。

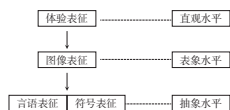


图7

从遵循学生认识事物规律的角度分析,多元表征的层次性应与学生的认知水平阶段性相吻合。教学应根据表征材料的特点,由表及里、由低级到高级、由部分到整体呈现表征形式与材料,遵循学生的认知规律,有序地组织学生对所要学习的概念和问题进行意义建构。

四、从“多元表征的互补性”看“认知过程的互动性”

多元表征之间相互补充、相互完善、

相互验证、相辅相成,具有相通性与互补性。个人根据自己的经验所建构的对外部世界的理解也是不同的,通常存着一定的局限性,即个人的经验有一定的独特性和局限性。因此,建构主义者一方面倡导学习是学生基于已有经验积极建构的过程。另一方面还认为,学生的学习还应是一个社会性的活动过程。在活动中,学生需要对他们所看到的、他们所认为的概念相关方面的表征形式加以比较与对比,从而不断地修正和完善自己的认知。可见,数学教学应为学生提供交流和合作的时空,让学生在得到资源共享、相互补充、相互提高、共同发展。

[案例3]在教学“组合图形的面积”课时,面对“如何求出下面组合图形的面积”问题时,不同的学生从不同的角度对解决问题的策略进行不同的表征。如图8所示。

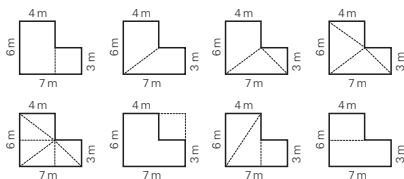


图8

同一个问题,学生呈现了多种解决问题的策略表征,可归纳为三种主要问题解

决的策略表征——分割法、添补法及割补法。三种表征之间存在着相通性,教师应进一步让学生悟出这三种表征之间“殊途同归”的道理——“将复杂的转化为简单的,将不规则的转化为规则的”的转化思想;三种表征之间存在着互补性,通过意义的分享与互动,学生除了看到自身解决问题的策略之外,还可以借鉴他人解决问题的方法,从而不断丰富与完善对问题的认识,不断实现对组合图形求积方法的完整理解。多元表征为解决问题构建了多策略的平台,减轻了学生的个人的认知负荷,为学生多角度的分析问题及数学思维发展提供了成长的土壤。

总之,多元表征在数学课堂中的渗透是为了促成新知识的生成,为了构建联系新知识的系统,也是培养学生数学思维、提高解决问题能力的有效途径。因此,教师不能脱离知识本质的需要而盲目地追求表征形式多样化,要学会分析学生的认知能力和已有经验等多元表征对教学的影响与启示,充分运用多元表征对信息本质进行合理的外显化及丰富化,从而引领学生对知识学习的意义建构。

(责任编辑 牟永存)

(上接第42页)

品平均分成3份”的合理性,我们也特意对教材进行了改编。例1由原来的5个物品,改为3个物品。让学生初步认识找次品问题的含义,明确找次品的基本方法。特别是,让学生初步体会到:天平称一次,可以判断出次品在两个托盘或者天平外中的一个。也就是说,通过推理,可以将次品确定在这3份中的一份中。这就为分3份提供了直观的经验,为后面的探索作准备。

例2将由探索9个零件,改为先探讨8个零件,再研究9个零件。从8个零件中找次品,学生一般会很自然地想到平均分成2份(4,4),但会发现这不是称得最少的次数,分成3份(3,3,2)的方法才是称得最少的次数。而从9个中找次品,受天平平衡的暗示,学生会自然想到(4,4,1)和(3,3,3)的分法。通过对比,学生会感受到分成3份的情况中平均分的方法称的次数最少。如果不能平均分呢?回过头再去研究8个的最少次数,会发现尽可能的平均

分可以使称的次数最少。最后将此规律应用到10个、11个零件加以验证。这样层层递进,逐渐感知理解到称的次数最少的方法的特点,总结出找次品的最优策略:一是把待测物品分成3份;二是尽量平均分。

②突出数学思维过程的表达。

“找次品”问题中的天平并不是一架实物天平,而是一种抽象的数学化形式的天平。因为一旦拿一架实物天平进行实验,就不会出现“假如平衡……”“假如不平衡……”的情况,而只会出现其中一种,要么平衡,要么不平衡。在解决问题的过程中,实际上是用头脑中建立的天平表象,反复地进行“如果平衡,那么……”“如果不平衡,那么……”的逻辑推理的过程。那么如何清晰、有条理地将这一过程表示出来呢?最为直接的是口头表述。但当物品总量比较多时,步骤相应增加,很容易表述不清。当然也可以采用文字表述的方式,但由于前后步骤之间的层层叠套关系,表述起来也显得冗长且

繁琐。而使用直观图或流程图,配以相应的文字说明,可以比较简洁而又清晰地表示出逻辑推理的整个过程,让人一目了然。因此教材从例题到习题,不断引导学生学习用符号、文字,直观、简洁地表示思维过程,使学生在潜移默化中学会数学地表达,有意识地培养思维的条理性、逻辑性和准确性。当然,在表示思路时,可以是例题中的直观图,可以是流程图,还可以树形直观图等。不管学生使用哪种表示方式,最重要的是要把各种可能性都考虑到。

与前面各册教材一致,本册教材为了使学生获得结构化、系统化的知识,继续引导学生加强对知识的整理,同时关注学生在学习之后的自我反思和评价,促进学生的主动思考和自我提升。对此,前面的教材介绍中已经作过具体介绍,而且其理念在整套教材中都是一致的,在此不再赘述。

(责任编辑 贾振东)