**解三角形中的最值,范围问题**

**一、教材分析：**

解三角形是高考中的重点题型，对正弦定理和余弦定理的考查比较灵活，题型多变，多与三角形周长，面积有关；有时也会与平面向量，三角恒等变换，不等式等结合考查。而三角形中的最值问题又是一个重点。处理这个最值问题解决方法主要有两种，分别是建立目标函数后，可以利用重要不等式解决，也可以利用三角函数的有界性解决。这两种方法对学生的思维训练而言是很有价值的。

**二、学情分析：**

授课对象为高三美术班学生。本课之前，学生已经学习了三角函数和正弦余弦定理有关内容，但是本课综合性强，但对前后知识间的联系、理解、应用有一定难度，学生学习方面比较困难。因此在教学过程中必须调动学生积极思考和留下给学生独立思考的时间。我采用与新课标要求相一致的新的教学方式，即互动式的教学与多变式教学相结合的方法，带领学生主动参与分析问题、解决问题并品尝劳动成果的喜悦，在师生互动、生生互动中实现教学任务和目标。

**三、教学重难点：**

重点：正弦定理和余弦定理及三角形面积公式的运用。

难点：掌握解三角形中处理不等关系的两种方法

（1）转变为一个变量的函数：通过边角互化和代入消元，将多变量表达式转变为函数，从而将问题转化为求函数的值域（最值）

（2）利用均值不等式求得最值

**四、教学过程**

**（一）解三角形公式回顾**

1.正弦定理：，其中为外接圆的半径

2.余弦定理：

3.面积公式：

**（二）例题精讲**

已知的内角的对边分别为，若向量，且.

（1）求角的值；

（2）求sinB+sinC 的取值范围；

**[设计意图]**： 本题将引导学生利用三角恒等变换和三角函数图像解决取值范围问题。是对三角函数知识的一个巩固。

试题分析：（1）由，得，题目中边角共存，利用正弦定理化为纯角问题可得(2) 介绍求解三角形取值范围的第一种解法，用题中条件和三角形内角和定理化为一个角的三角式函数最值问题，把角的变量个数减少，这种思路也是多元取值范围问题的常用方法。再利用三角函数图像与性质求最值，注意要根据消去角的范围确定留下角的范围.

【解析】（1）由，得

由正弦定理得

即

在中，由

得.又，所以.

(2)

**变式**：（3）已知的外接圆半径为，求周长的取值范围.

**[设计意图]：**让学生继续感受当问题转化为“边”的问题时，如何解决。一方面引导学生利用化归思想转化为角。另一方面引导学生结合题目特点，利用余弦定理、基本不等式求解。一题多解，发散学生的思维，体现数学的变化美。

试题分析：本题设计2种解法。解法一把边的问题利用正弦定理化为角的问题，然后按照（2）的思路求出结果。解法二利用基本不等式求最值。注意由基本不等式只能求出一边范围，容易忽略构成三角形的条件，即两边之和大于第三边。通过以上例题当中的两种解法不难看出，解答此类问题的关键是熟练学三角恒等变形能力，形成解题的模式和套路。

【解析】（3）根据题意，得

解法一：

由（2）知，可得,

所以的周长的取值范围为.

解法二：由余弦定理，得，

即，整理得，当且仅当时，取等号，

所以的最大值为4.又，所以，所以.

所以的周长的取值范围为.

变式：（4）已知的外接圆半径为，求面积的最大值。.

[设计意图]*：*通过变式让学生继续感受不等式解法的简单直接。一题多变，发散学生的思维，体现数学的变化美。

试题分析：利用重要不等式求最值。容易忽略实际应用问题中，边大于零的条件。

【解析】（4）根据题意，得

由余弦定理：

得

当且仅当时，取等号

**（三）考题回放**

1.锐角的内角，，的对边分别为，，，若,则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【解析】

由正弦定理得

2.已知分别为三个内角的对边，，且，则面积的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【解析】由，且

故，又根据正弦定理，得，

化简得，，故，所以，

又，故．

3.设的内角，，的对边分别为，，，，且为钝角.

（1）证明：；

（2）求的取值范围.

【解析】

又B为钝角，因此

（2）由（1）知，

，∴，

于是=

=，

∵，∴，

因此，由此可知的取值范围是.

**（四）课堂小结**

掌握解三角形中处理不等关系的两种方法

（1）转变为一个变量的函数：通过边角互化和代入消元，将多变量表达式转变为函数，从而将问题转化为求函数的值域（最值）

（2）利用均值不等式,重要不等式求最值