

在变与不变中不断改进教学

——以“用字母表示数”的教学为例

姚建法（江苏省常州市新北区新华实验小学）

刘海莲（江苏省常州市新北区新华实验小学）

“用字母表示数”是苏教版教材五年级上册第八单元的教学内容。学习用字母表示数是学会应用数学符号表示数量、数量关系和变化规律,进而形成初步的代数思维的关键。用字母表示数具有较强的抽象性和概括性,是建立数感和符号意识的关键环节和重要途径,也是学生数学思维发展过程中一次质的飞跃。

一、现行教材的思考:“学什么”的编排与思考

1.“用字母表示数”单元的内容本质与地位。

含有字母的式子既能表示数量,又能表示数量关系,这样的式子既能进行相关的运算,也能表示等量关系或函数关系。它可以是静态的结果,也可以是运动的、变化的过程,并且具有一一对应的特性(函数)。它是对原有的“数的表示、数学运算、数量关系”的丰富和扩张,是学生在小学阶段仅有的系统认识代数知识的起始,其中在小学衔接过程中有着举足轻重的地位,具有特别重要的意义。

用字母表示数,不变的是数量与数量关系、数学运算,变化的是“用数字表示数”转向“用符号(字母)表示数”、“算术思维”转向“代数思维”、“程序思维”转向“关系思维”。具体分析苏教版教材本单元的例题和练习编排,容易看出——整个单元的内容大体分为两部分,第一部分安排了六道例题和一个练习,第二部分安排了一道例题和一个练习。其中,例1、例2侧重教学用含有字母的式子表示简单的数量关系,帮助学生初步体会字母通常用来表示一类数,字母表示的数是有一定范围的;例3侧重教学用含有字母的式子表示数量和简单的计算公式,同时介绍一些字母式

子的简写方法;例4、例5侧重教学用含有字母的式子表示稍复杂的数量关系,并通过求值计算帮助学生进一步体会字母通常用来表示一类数,且字母与相应字母式子之间可以建立一一对应关系;例6侧重教学用含有字母的式子表示稍复杂的计算公式,同时学习简单的代入计算;例7侧重教学形如“ $ax \pm bx$ ”的式子的化简方法,帮助学生初步体会含有字母的式子也是可以像数一样进行运算。

例题	教学内容	习题编排
例1、例2	用含有字母的式子表示数量和简单的数量关系	练习十八
例3	用字母表示正方形的周长和面积计算公式	
例4、例5	用含有字母的式子表示稍复杂的数量关系,求含有字母的式子的值	
例6	用含有字母的式子表示稍复杂的计算公式,代入计算	
例7	化简形如“ $ax \pm bx$ ”的式子	练习十九

可见,教材安排的主要教学内容仍然是“数的表示”、“数量关系的表示”和“数学运算”。

2.“用字母表示数”单元的学习困难与思想渗透。

在小学数学中,学生的思维主要是算术思维,表现为习惯于从左往右、由因导果或执果索因的程序性。学生原有的感知通常是零碎的、具体的。用字母表示数以及相应的数量关系又是抽象的、系统的,学生需要一个调整和适应的过程。这个思维的“扭转”是一个相对较慢的过程,需要给学生提供丰富的、熟悉的现实情境。

从我们的教学实践来看,学生学习这部分内容的主要困难在如下四个方面:

一是习惯用“数”对客观的数量进行抽象,而“用字母表示数”则是对“数”的再次抽象。

二是原先的“数”表示的现象是确定的、具体的、不变的,呈现出静止状态,而“用字母表示数”则是表示变化的、有相应的范围,具有相应的动态性。

三是用“含有字母的式子”既能表示过程和关系,还能表示确定的结果,并且能进行运算。

四是学生不大容易感受为什么要“用字母表示数”。也就是说,学生学习的情感起点和知识基础往往不够牢固。

用字母表示数的单元教学蕴含着丰富的数学思想,这些更是需要学生不断体验和反复感受的。

一是模型思想。要让学生在变与不变中发现数量关系的一致性,体会含有字母的式子能够较好地表达某种数学现象或数学规律,复杂的话语表述能够转化为简洁的符号表达。由此,我们就能用更加概括、系统的思维,动态地观察生活现象与周围世界。

二是数形结合思想。用字母表示数体现出较为抽象的、概括的一般性,同时也为抽象、内隐的数学规律直观化、显性化提供了一种路径。这个特点能使数形结合成为可能。

三是一一对应的函数变量思想。用字母既能表示确定的数,也能表示不确定的数,但当这个字母表示的数一经确定,那么用这个字母表示的式子的结果也随之确定。这里面蕴含着——对应的思想。含有字母的式子既能表示结果,也能

表示过程 and 关系,体现了变化与对应。

二、新旧教材例题的研读:“教什么”的变与不变

1.例1的教材变化(上图是旧版教材,下图是现行教材,下同)。

摆1个三角形用3根小棒;
摆2个三角形用3根小棒;
摆3个三角形用3根小棒;
摆4个三角形用3根小棒;
摆a个三角形用3根小棒:
你知道这里的a可以表示哪些数?

摆1个三角形用3根小棒;
摆2个三角形用3根小棒;
摆3个三角形用3根小棒;
摆4个三角形用3根小棒;
摆a个三角形用3根小棒:
你知道这里的a可以表示哪些数?

三角形的个数和小棒的根数有什么关系?你能用一个式子表示吗?

摆几个三角形,小棒根数就有几个3。
小棒的根数总是三角形个数的3倍。
可以用“三角形的个数×3”表示小棒的根数。

如果用a表示三角形的个数,小棒的根数是()×()。
这里的a可以表示哪些数?

例1在三角形小棒图后增加了省略号,表明“照这样摆下去”的意图。尤其是三个小卡通对白菜大卡通所提问题的回应,展示了刚刚学习用字母表示数时,学生最初的几个思考层次,体现了从具体向抽象的过渡,同时突出并强化了相应的数量关系。

学校美术组有24人。
(1)书法组比美术组多6人,书法组有(24+6)人;
(2)舞蹈组比美术组多9人,舞蹈组有(24+9)人;
(3)合唱组比美术组多x人,合唱组有(24+x)人。
如果x=10,合唱组有多少人?x=14呢?

甲、乙两地之间的公路长280千米,一辆汽车从甲地开往乙地。你能用式子表示行驶了一段路程后剩下的千米数吗?
已经行驶了50千米,剩下的千米数是280-50;
已经行驶了74.5千米,剩下的千米数是280-();
已经行驶了b千米,剩下的千米数是()-()。
这里的b可以表示哪些数?

现行教材的例2中,大卡通所提的问题把字母取值范围进行有效的聚焦与扩充:从例1中表示任意一个自然数,延展至例2中小于或等于280的整数或小数,突出了字母表示的数的范围应该随着具体情境的变化而变化。两个“如果”的代入计算,体现了用字母表示数时所具有的“一一对应”特点:当字母的数值一旦被确定,用字母表示的式子的数值也就随之唯一地确定。

例4中的表格能让学生体会到数据表现形式的变化,两个小卡通的回应再次强

化了数量关系,两次求值计算则进一步凸显了一一对应的思想。

摆1个三角形用3根小棒;
增加1个三角形后,共用小棒的根数是:3+2;
增加2个三角形后,共用小棒的根数是:3+2×2;
增加3个三角形后,共用小棒的根数是:3+2×3;
增加a个三角形后,共用小棒的根数是:3+2×()。

摆1个三角形用3根小棒,增加1个三角形,多用2根小棒……
可以怎样表示共用小棒的根数?先填下表,再说说你的想法。

增加的三角形个数	1	2	3
共用小棒的根数	3+2	3+2×2	3+2×()

增加的三角形个数和共用小棒的根数有什么关系?

每增加1个三角形,就要增加2根小棒。
增加几个三角形,共用小棒的根数就是3加几个2的和。

如果用a表示增加的三角形个数,共用小棒的根数是3+2×()
如果a=8,共用多少根小棒?如果a=15呢?

此外,现行教材中新增的例6,主要教学用含有字母的式子表示三角形的面积计算公式,初步学习代入计算。教材呈现的过程与中学相关内容基本一致,体现了数学表达形式的规范化与严谨性。

通过上述新旧教材的对比分析,不难发现,变化的主要是问题展开的过程以及相应的逻辑线索,不变的是指向数、数量关系和数学运算的本质。

三、课堂教学的推进:“怎样学”的抵达与远航

1.“用含有字母的式子表示简单的数量关系”——重新立序,实现四次转变。

本课时的难点主要有三个:一是要认识到字母不仅可以表示确定的数量,而且更多的是用来表示变化的数量;二是要认识到含有字母的式子不仅可以表示某个具体的数量,而且可以表示相关数量之间的关系;三是要认识到在不同的情境中,字母表示的数的范围是不一样的。主要体现为7个“序”,而这7个序,可以分别用4个环节和相应的活动加以推进。

(1)“具体的数”向“字母表示的数”的转变:需求与外延。

序1:认识一种数的状态——不确定的、有范围的。

序2:接受一种数学规定——不确定的、有范围的数可以用字母来表示。

序3:明确一种字母选择——在同一个实际背景中,通常要用不同的字母表示不同的数。

活动1:数一个袋中三角形的个数,体

会结果是具体的、确定的,是自然数。

活动2:猜一个袋中三角形的个数,体会结果是未知的,可以用符号或字母进行表示,符号或字母表示的数一旦给大家看了也就确定了,这个数就知道了。

活动3:猜一个“神奇袋子”中三角形的个数,体会结果是不确定的,但也是有一定范围的。

(2)“独立的数”向“彼此联系”的转变:关系与对应。

序4:在同一事件中,表示不同数的两个字母之间存在着“>”、“<”、“=”三种关系。

序5:在同一事件中,明确两个数之间存在相差或倍比关系时,在用含有字母表示一个数的前提下,另一个数可以用含有字母的式子表示。

序6:体会含有字母的式子与字母的区别——字母的式子既表示具体的数,又表示与另一个数之间的关系。因此,同一个事件中两个数若有联系,用字母式表示比较方便。

活动4:比较两个袋中的三角形个数,明确字母表示的数也存在大小关系。

活动5:教学例1,思考表示a个三角形所用小棒的根数是另一个字母,还是“a×3”更合适?通过讨论抵达序5和序6的教学要求。

值得注意的是,教学中要能预见一些典型的错误,即如:你能用一个算式来表示所有的情况吗?从字母表示数的内涵本质出发,不妨这样引导学生思考:“你能用一个式子既表示小棒根数,又表示小棒根数与三角形个数的关系吗?”从而使学生的思考直指数量关系。

(3)“式子表示的数”向“对应数值”的转变:模糊与确定。

序7:当字母表示的数确定之后,含有字母的式子的值也随之确定,这个过程具有单一性与对应性。

活动6:通过例2的教学,一方面强化数量关系,巩固对字母与含有字母式子的理解;另一方面,通过b的取值范围的讨论,引导学生深入体会“不同情境中字母有不同的取值范围”。此外,对于“如果b=120,280-b表示多少”这个问题,进一步关注相应数值的单一与对应。

至此,教学实现了两个重要的“数学

学生需要怎样的几何直观图? ——从一道习题配图的改变说起

徐 军 (江苏省南通市通州区通州小学)

钱建兵 (江苏省南通市通州区西亭小学)

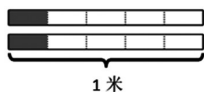
“几何直观”是一种数学能力与素养,也是一种解决问题的工具。因此,在小学数学教学中越来越受到重视。根据数学问题构造相应的图形,可以帮助学生建立形与数之间的联系,以形的直观启迪思路,从而解决问题。直观图形在分析问题、形成思路方面具有很大作用。所以,在分析和解决问题时,给学生提供怎样的直观图,以及如何呈现相关的直观图,就显得尤为重要。

一、直观图形一定能帮助学生理解问题吗?

苏教版教材五年级下册“分数的意义和性质”这个单元,是在学生分两次初步认识分数的基础之上进行教学的。这部分内容需要学生从不同角度理解分数的意义,即:一方面分数可以是把单位“1”平均分成 n 份,表示这样1份或 m 份的数;另

一方面也可以是把 m 个单位平均分成 n 份,表示这样1份的数。在这两层既有联系又有区别的意义中,第一层意义,因为有前面大量的学习经验作支撑,所以学生理解起来比较容易,掌握得也比较好。但第二层意义由于距离学生的学习经验比较远,所以他们的理解有较大的困难。为此,在教学“分数与除法的关系”之后,我们特意在课后设计了一组如下的练习题,目的是让学生对此学习内容进行及时的巩固。

(1)把2根1米长的彩带平均分成5份,每份是2米的 $\frac{1}{()}$,是 $\frac{()}{()}$ 米。



(2)一袋葡萄干共2千克。把这袋葡

萄干平均分给3个小朋友,每个小朋友分得这袋葡萄干的几分之几?每个小朋友分得几分之几千克?

这组题一共包含两道题,每道题又包含两个相互关联的问题。从知识层面看,这两组题的研究内容是一致的,都是在求每份量与总量之间的关系以及每份的具体数量。从问题的呈现方式看,前一题的解答预期要比后一题容易些,因为它有直观图的辅助,学生在思考时可以借助图形直观地进行探究。

但在后面的作业批改时,结果令我们惊讶:全班60名学生中,第一题47人错误,正确率只有21.7%;第二题却只有6人发生了错误,正确率高达90%。这与我们之前的预期完全不一样,不仅正确率情况相反,而且相差还如此之大。为此,我们特意到其他几个平行班级组织相同的练

化”:一是例1的“横向数学化”,也就是把具体的数符号化,将具体的数量关系抽象为含有字母的式子;二是例2的“纵向数学化”,也就是从数学知识内部实现抽象符号的生成、变换、重塑与应用。

(4)“公式”向“字母表达”的转变:视角与结构。

活动7:通过例3的教学,一方面强调相关简写的方法与规范;另一方面,通过在“练一练”中增加 $a+3$ 、 8×4 两题,提醒学生注意区分相关简写方法的适用范围。此外,通过引导学生举出更多对应用字母表示数的例子,丰富其对字母表示数的认识与体验。

2.“用含有字母的式子表示稍复杂的

数量关系”——持续架构,丰富认识。

(1)自主表达,强化“字母表示数”的思考过程。

例4教学“用字母表示稍复杂数量关系”,要重点引导学生再次经历由具体的数到抽象的字母、由算式或文字表达关系到字母式子表达关系的思考过程,强化字母可以表示一定范围内的一类数以及变化着的数,而含有字母的式子既可表示若干个三角形所用小棒根数与1个三角形所用小棒根数的关系,也可表示若干个三角形所用的小棒根数。

(2)代入计算,明确“字母表示数”的规范要求。

通过例5、例6的教学,一方面要帮助

学生继续丰富“用字母表示稍复杂数量关系”经验;另一方面,则应通过适当的示范明确“把字母的值代入计算”的表达规范,引导学生初步体会用字母表示数过程中所蕴含的变换与对应思想。

(3)组织练习,突出“用字母表示数”的多重价值。

在组织相关练习时,要重点引导学生先对数学现象或问题中的数量关系进行不同角度分析,鼓励他们不同的字母式表示同样的关系,体会用字母表示数的灵活性,促使其逐步习惯代数思维的方式。

(责任编辑 聂艳军)