

数学多元表征:让概念形成过程“看得见”

席爱勇

(江苏省淮安工业园区实验学校,223008)

摘要:数学学习领域,绝大多数学习对象都可以用实物情境、教具模型、图形图表、言语、书写符号这五种类型来表征(有的可以细分、延伸)。数学多元表征,可以多层次抽象数学概念,多视角归纳数学概念,多维度建构数学概念,让数学概念的形成过程“看得见”。

关键词:数学多元表征 数学概念 过程 看得见

学生数学核心素养的发展离不开数学概念的支撑,数学概念学习的核心是理解,而数学多元表征可以帮助学生实现对数学概念的真正理解。美国著名数学教育心理学家莱什指出:“学生必须同时具备以下三个条件才是真正理解了一个数学概念:第一,他必须能将所学数学概念放入不同的表征系统之中;第二,在给定的表征系统内,他能够很好地处理这个概念;第三,他必须很精确地将此概念从一个表征系统转换到另一个表征系统中,即在不同的表征系统之间任意切换。”为了促进学生对数学概念的理解,许多学者都建议在课程建设、教材编写和课堂教学中给学生提供数学多元表征。

一、数学多元表征的类型

莱什指出,数学学习中有五种表征类型:

实物情境、教具模型、图形图表、言语、书写符号(其关系结构如图1)。

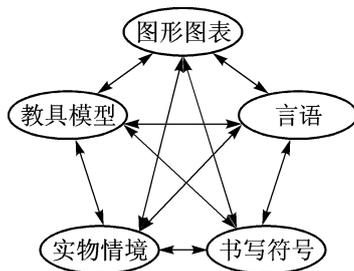


图1

实物情境(real-world situations):解释学习内容或问题情境的实际物品,例如钱币、苹果、饼干等。

教具模型(manipulative aids):显示数学学习对象的内在关系的具体物,例如积木、手指、位值算盘、数字卡、心算卡、分数板等。

图形图表(picture or diagrams):指将数

学关系予以具体、形象化表示或推理的图形或图表等。

言语(spoken language):指日常口语和数学的特殊语言、数学专有名词,例如自然数、三分之一、角、平行等。

书写符号(written symbols):指一般的书面符号和数学的特殊符号(数字符号、运算符号与关系符号等),例如 $x+4=9$ 。

数学学习领域,绝大多数学习对象都可以用这五种类型来表征(有的可以细分、延伸)。五种表征方式有机组合,可以清晰呈现数学概念的形成过程,让概念形成过程“看得见”,有效促进学生理解数学概念,进而准确把握数学概念的内涵本质和外延特征。

二、基于数学多元表征的数学概念教学策略

(一)纵向多元表征,多层次抽象数学概念

遵循小学生的认知规律,由具体到抽象地进行纵向多元表征,可以引导学生剥离事物个体的、非本质的属性,保留事物共同的、本质的属性,分层次深入建构数学概念。

如人教版小学数学一年级上册《认识1~10的数》,教材分别使用了实物情境表征、图形表征、书写符号表征和动作表征(如图2,其中“动作表征”属延伸表征)。通过实物情境表征,让学生感知数源于生活;通过图形表征,去掉实物的物理属性,保留实物的数量属性;通过书写符号表征,实现数量和符号的对应;通过动作表征,进一步巩固内化数量属性。当然,在实际课堂教学中,也少不了言语表征——认读数“7”。这样由具体到抽象,学生由眼睛观察到动手操作,通过多元表征逐步将客观事物的数量内化为数学认知结构,从而建构自然数“7”的概念。



图2

随着学生数概念的不断形成,表征方式也不断发生变化,如到一年级下学期《认识100以内的数》,教材又采用如图3所示的几种表征方式:通过实物情境(小棒),表征数的多少特征;通过教具模型(计数器教具),表征数的大小特征,让学生初步认识数位的内涵;通过书写符号表征,实现数的书写与模型的对应;通过言语表征,实现数的读法和书写对应。如此,通过多元表征,从具体到抽象,逐层建构两位数的概念和意义。

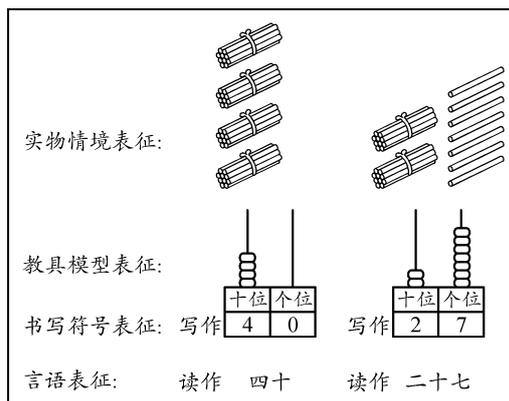


图3

(二)横向多元表征,多视角归纳数学概念

横向多元表征可以尽量多地给学生提供概念的具体样例,多角度呈现数学概念的外延特征,便于学生积累数学概念的感性经验,引导学生多视角归纳数学概念。

如人教版小学数学二年级上册《角的初步认识》教学,首先呈现实物情境表征(如图4),出示剪刀、钟面和三角板;然后引导学生从这些物品上找角、画角,从而抽象出三种不同类型的角(锐角、钝角和直角)的形状,使用了图形表征;最后用文字进行归纳:上面的图形都是角。让学生通过角的表象建立角的概念,并引导学生总结归纳“一个角有一个顶点、两条边”的共同特征,横向多视角表征数学概念“角”。

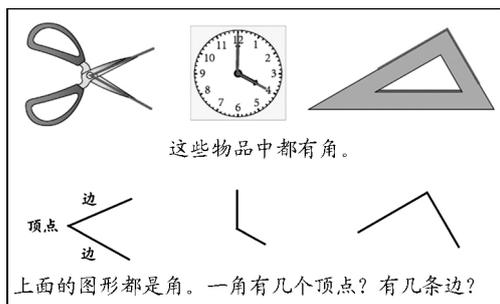


图4

(三)纵横向结合多元表征,多维度建构数学概念

综合运用多元表征纵向的多层次抽象和横向的多视角归纳,既可以凸显数学概念共同的本质属性,又可以明晰数学概念的外延特征,实现多维度理解数学概念。

如图5都表征分数 $\frac{1}{3}$,从上往下看,表征不断抽象,引导学生不断深入地理解分数。

但无论是数轴表征、集合表征还是面积表征(这些均为表征方式的细分),都表示把单位1平均分成3份,表示其中的1份;从左往右看,表征不断变式,有的图形分解部分量,有的图形变形部分量,有的图形增加单位1干扰项,有的图形同时扩大部分量和总量的数量,增加观察难度,引导学生不断改变视角来理解分数,抓住分数的本质属性,排除非本质属性和干扰因素。

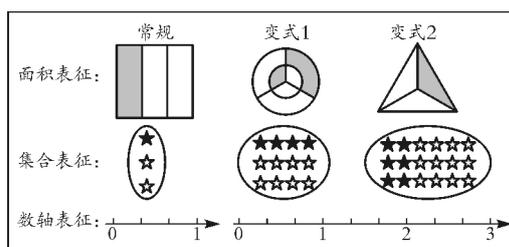


图5

总之,数学多元表征,通过纵向、横向、纵横向结合呈现数学概念的形成过程,有助于学生理解数学概念的本质内涵,把握数学概念的外延特征,实现数学概念的科学建构。

参考文献:

- [1] 唐建岚. 数学多元表征学习及教学[M]. 南京:南京师范大学出版社,2009.
- [2] 鲍建生,周超. 数学学习的心理基础与过程[M]. 上海:上海教育出版社,2009.
- [3] 曹一鸣. 十三国数学课程标准评介(小学、初中卷)[M]. 北京:北京师范大学出版社,2012.