

## □ 数学

# 利用多元表征加深对概念的理解

●鲁静华\*

**摘要：**概念的学习是小学数学学习的基础，对理解小学数学内容具有重要的作用。在教学中，教师要引导学生认同概念的产生价值，关注概念的本质特征，经历概念的形成过程，重视运用书面符号表征、图形表征、相关情境表征、实物操作表征、日常语言表征等多元表征形式加深对概念的理解。

**关键词：**小学数学 多元表征 概念 学习方式

小学数学学习是从概念开始的，概念的学习是小学数学学习的基础，对理解小学数学内容具有重要的作用。据不完全统计，在小学阶段学生要掌握的概念有近500个。小学数学的教学内容是由一个个概念串联起来的，因此，正确理解和掌握这些概念，尤其是一些重要概念或核心概念，是学生学习数学的基础。在实际教学中，教师存在对概念教学重视不够、理解有偏差等问题，只是让学生记住一些概念的定义，没有真正理解概念，导致学生知其然不知其所以然。那么，

教师应该如何有效地进行概念教学，帮助学生理解概念呢？

## 一、概念学习与多元表征之间关系

张奠宙在《小学数学教育概论》中指出，“数学概念是客观世界中数量关系和空间形式的本质属性在人们头脑中的反映，它是用数学语言和符号揭示事物共同属性的思维形式。”概念需要解释事物的本质特征，它具有高度的抽象性和严密的逻辑性，所以我们在进行教学时，要引导学生认同概念的

\* 鲁静华，北京市顺义区教育研究和教师研修中心，中学高级教师。

产生价值，关注概念的本质特征，经历概念的形成过程，要重视运用多元表征加深对概念的理解。

概念一般由名称、例证、特征、定义四部分组成。在小学数学教科书上，一些概念并没有给出明确的定义，这是教材编写者为解决概念的抽象性和儿童思维的具体形象性之间的矛盾而采用的办法。例如：六年级学习“圆”的概念，数学书上并未给出明确的概念，而是让学生通过观察一些外形是圆形的实物，从中抽象出“圆”，积累感性材料，引领学生逐步认识圆的特征以及内涵。在抽象的概念和学生学习方式、认知特点之间架起一座桥，就是借助多元表征的方式。

表征是用某一种形式将事物或想法重新表现出来，以达到交流的目的。我们可将学生对概念的表征归纳为五种主要类型，即书面符号表征、图形表征、相关情境表征、实物操作表征以及日常语言表征。就上述五种表征而言，一个概念被理解的程度取决于五种表征之间关联的丰富性、稳定性、强度与自洽程度，以及表征意涵的正确与否，甚至是相应表征的存在与否。<sup>[1]</sup>

## 二、利用多元表征，加深对概念的理解

### （一）重视相关情境表征，促进数学理解

小学生学习数学概念，离不开感性的材料，需要情境做支撑。好的情境是小学生学习数学的“承重墙”，有了情境做支撑，学

生的数学学习才稳固，才能沟通数学知识间的联系。另一方面，好的情境为学生提供学习的资源和活动的线索，帮助学生加深概念理解。好情境来源于学生熟悉的生活情境，既有学校内的，也有学校外的；既有学生熟悉的故事、动画等，也有未知有趣的事物；还可以是教师平时收集的有利于学生学习的素材等。情境往往伴有好的问题，能够激发学生思考探究的兴趣，让学生在解决问题的过程中，理解概念，体会数学的本质。

例如，一年级学生在认识“位置与顺序”时，关于认识“左和右”，需要教师提供丰富的生活和活动情境，帮助他们体验空间方位。儿童对空间方位的表征有三种形式：一是自我中心的表征。如，教师设计“请举起你的左手；用你的左手摸摸左耳朵”，在这样具体的情境下感知方位。二是自然标志的表征。如，“请结合图演示‘上楼梯，轻声慢步靠右行’该怎样走”。三是去自我中心的表征。如，“某某同学的左边是谁，右边是谁，这是哪个同学？”在具体情境中理解“左、右”，丰富对概念内涵的理解。

### （二）重视实物操作表征，促进数学理解

布鲁纳认为，在人类的智慧生长期中，有三种表征系统在起作用，即动作表征、表象表征、符号表征。在动作表征中，儿童的思维必须借助于实物或具体物的实际

操作活动达成。因此教师在进行概念教学时，一定要充分利用具体的学具、直观实物或半直观模型进行操作，以帮助学生加深对概念的理解。实物操作的背后是对数学概念本质的把握。

实物操作活动中，教师要精心设计活动层次，围绕概念的本质进行设计，围绕学生对概念的混淆之处进行设计。操作学具不要复杂、数量不要过多。学生操作之前，教师想一想这个操作活动是不是一定要有，与概念理解的关系在哪里。例如，北京市顺义区裕龙小学的崔晓纯老师教学“周长”概念时，为帮助学生理解“周长”概念是封闭图形一周的长度、周长形状多样、周长的测量需要化曲为直等内涵，设计了让学生动手操作的活动。

1. 先量一量手中的铁丝有多长，然后围成一个首尾相连的封闭图形。

(教师展示学生作品，明确首尾相连的意思，如图1，是不合格的作品。)

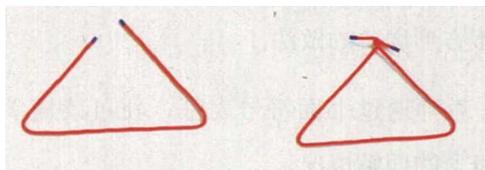


图 1

2. 展示学生合格的作品。

3. 同桌两个人选择手里的一个图形，把它调整成首尾相连的封闭图形(图2)。

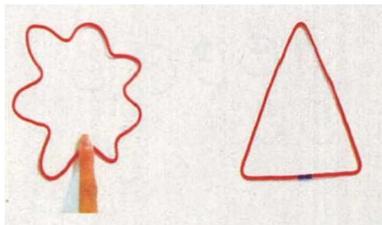


图 2

4. 请两个学生一组，选择一个围好的图形印拓在白纸上，想想所画图形的周长指的是什么？它的周长又是多少呢？写在图形的下面(图3)。

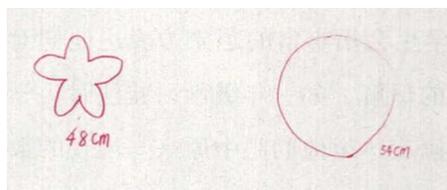


图 3

通过以上环节的操作，学生已经深刻理解“首尾相连”“封闭图形”“周长”的概念，这种借助操作实物完成的教学，学生学得轻松，理解容易，易于接受。

### (三) 重视图形表征，促进数学理解

学生学习概念时借助图形表征，既可以直观地理解概念，也可以通过图形表述出对概念的理解。学生借助图形表征能力的强弱，直接影响着对概念理解的程度。例如，一年级学习“ $>$ 、 $<$ 、 $=$ ”号，学生结合自己的理解用图表示出在同类事物比较时，除了有同样多的部分，还有多出来的部分，用“ $>$ ”表示(图4)。这里既有学生对数的概念的理解，也有对数的意义的理解，体现出他们具有良好的数感。概念通过图形表征，

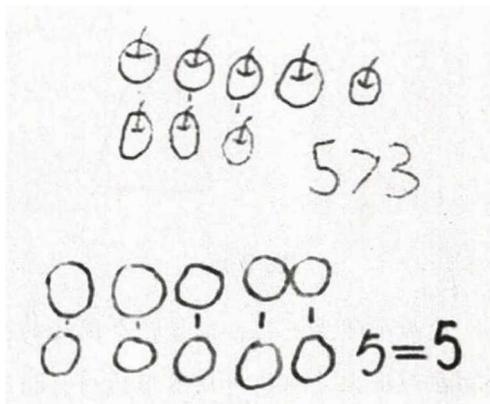


图4

就不只是简单地记住一个符号。

学生会用丰富的想象力表达他们对抽象概念的理解。如一年级学习减法时，学生通过图画表达出他们眼中原来与现在的数量关系变化的情况（图5），“减法”这个概念不再是一个词，而是一个具体的情境。

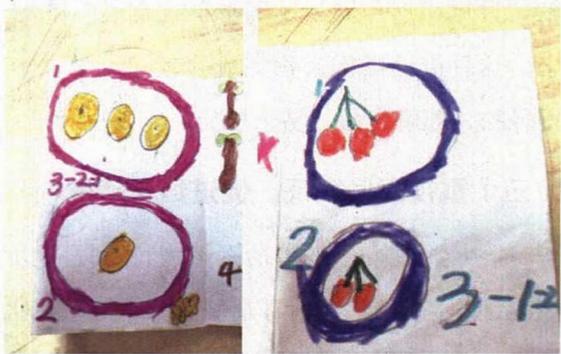


图5

#### （四）重视书面符号表征，促进数学理解

符号本身就是在理解基础上抽象产生出来的，理解的程度越深，符号表征越简洁、清晰。在对同一概念的理解过程中，学生用符号表征也要经历由浅入深、由复杂到简单的过程，其中伴随的是对概念的本质属性的

理解。

例如，学生学习完求长方形的周长，再学习求正方形的周长。教师不用讲解做法，也不用急于让学生知道公式，更不能因为知识简单而忽略关注学生对“正方形周长”概念的理解。面对图6，学生有三种做法。

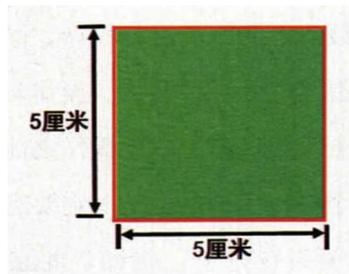


图6

第一种： $5+5+5+5=20\text{cm}$ ，各边依次相加。学生理解了周长概念，没有真正理解正方形作为特殊图形所独有的周长特征。

第二种： $(5+5) \times 2=20\text{cm}$ ，是根据图形的特征进行的简便计算，受到长方形周长影响，能迁移但没有真正内化并找到知识间的联系。

第三种： $5 \times 4=20\text{cm}$ ，由正方形的特征——四条边都相等，联系到乘法的意义得出正方形周长的做法。

教师通过书面符号表征，便可读懂学生对概念的理解情况。

#### （五）重视日常语言表征，促进数学理解

语言表征是学生思维条理化、概念内化的一个重要方面，它往往伴随着操作表征、符号表征、情境表征一同出现。学生在表述

概念内涵时，经历从重复无序到简洁有序的语言表征过程，同时还能以自己的语言表述概念的本质，在这个过程中对概念的价值产生认同感，最大程度地唤醒学生原有的知识经验。学生原有的知识经验越丰富，理解新概念越容易，语言表征的时候也就越简洁，越认同新概念的表述形式。

例如，在学习乘法之前，学生要先认识“相同加数”和“相同加数的个数”这两个概念，经历了大量算式的比较、探究，对于 $6+6+6+6+6$ 这个算式，学生的表述由“6加上6加上6加上6再加上6”到“5个6相加”这样的语言表征的过程是理解乘法概念内涵的一个必然的过程，对认同乘法的价值是有很大的帮助的。这种符号表征在不同的学习内容、不同的个体上发挥着不同的作用，需要教师在设计教学内容时，尽量采用多元表征帮助学生理解数学概念。

### 三、沟通多元表征间联系，促进概念理解

教学中，教师在采取多种表征方式帮助学生理解概念时，需要引导学生找到各个表征之间的自洽性，不是突出哪一种表征而抑制其他表征的作用，而是五种表征之间能自由地转换。年级不同、知识内容不同，五种表征之间呈现的顺序和侧重点也就不同。同时，应该在感受大量的生活实例、模型，经历观察、分析、比较、归纳、操作等数学活

动过程中，把那些不容易被学生理解的词语，用具体的实例或实验操作等方法加以归纳，让抽象的东西变得更加直观、更符合学生的认知规律，从而降低概念教学的难度，让学生顺利接受。

#### (一) 表征之间找联系

学习一个概念时，不同的学生会根据自身学习的特点，倾向于某种表征形式。教师在组织学生交流之后，一定要帮助学生在不同表征之间做比较，发现内在的联系。首先是不同表征都表示同一个结果，也是从不同的角度做了验证。其次是不同表征之间各有所长，互为补充，帮助学生认识到各种表征的特性。

譬如，学习乘法意义时，创设情境“一共有多少个书包？”（图7）。学生对“ $3 \times 6$ ”的几种表征形式，如语言表征“3个6”或“6个3”，操作表征的摆一摆，图形表征的形式呈现（图8），符号表征的“ $3+3+3+3+3+3$ ”和“ $6+6+6$ ”，这几种表征之间要有沟通，核心就是“有相同的几份”。沟通之后，学生在解决图9的题目时才能够找到众多表征之间的自洽性关联。

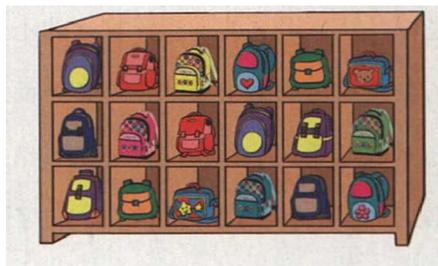


图7

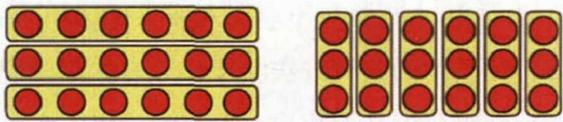
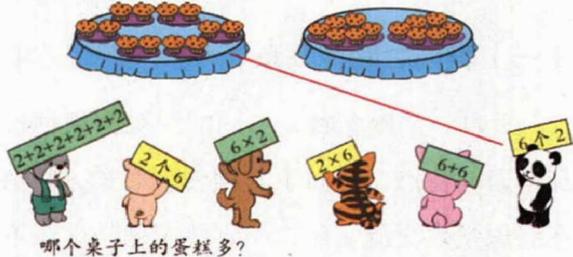


图 8

8. 连一连, 再回答问题。



哪个桌子上的蛋糕多?

图 9

## (二) 通过非标准变式找联系

在教学实践中, 概念的本质属性越明显则学习越容易, 因此掌握同类事物共同的关键特征是最重要的。学生往往会关注事物的大小、形状、颜色、位置等外在特征, 这些也成为学生学习的干扰因素。运用有效的变式练习, 帮助学生认识事物的本质属性, 这是小学阶段一种重要的学习方式。

譬如, 认识梯形时, 学生接受的梯形的一般样子是上底短、下底长(图10)。对于图11的梯形接受困难。学生心中的梯形的上下底是以长短来命名的, 实际梯形的上下底是以方位来命名的, 上面的无论长短都是上底, 相对的就是下底。图12这种梯形摆放可以旋转后得到图10、图11的形状。有了这种变式练习, 学生在解决图13的问题时, 就不

会出现“图13中的阴影部分不是梯形”的认识了, 不会把简单的问题复杂化。



图 10



图 11



图 12

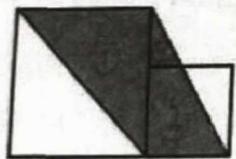


图 13

标准变式有利于学生对概念的准确把握, 但容易限制学生的思维; 而利用非标准的变式, 可以突出概念的本质。变式的练习, 能够帮助学生找到各种表征之间的联系, 把握概念的本质属性。

概念教学是小学数学教学的重要内容, 选择多种表征方式帮助学生理解概念, 对学生学习影响深远, 有利于提升学生理解抽象事物、把握事物本质的能力, 培养学生的抽象能力、推理能力。◆

### 参考文献:

- [1] 吕林海. 数学理解性学习与教学研究[D]. 华东师范大学博士学位论文, 2005: 123.

(责任编辑 刘荣)