

基于深度学习视角下的课堂转型

——以数学实验课“滚动的圆”教学为例

摘要：深度学习强调通过有意义学习、深度体验探究式学习、批判性学习等学习方式以弥补和改进浅表性学习方式中出现的被动学习、机械记忆等缺陷和问题，旨在追求高效课堂，要求学生能准确获取信息，从已有知识体系中抽象出概念并加以运用；通过较高水平的推理，用创新方法策略解决未知情境中的复杂问题。教师应该让数学课堂具有创新性，激发学生进行深度探究。文章主要以“滚动的圆”这节数学实验课为例，探究基于深度学习视角下的课堂转型。

关键词：深度学习 深度体验探究 数学实验 课堂转型

深度学习主要体现在符合学生已有认知的前提下，主动激发学生的好奇心，想象力，让学生经历尝试和探究的过程，在动手实践中体会感悟，增强实践能力和积累活动经验。学生的很多认知及经验都是源于生活，因此，教师在设计教学情境的时候可以选择生活实际，这也符合数学源于生活的理念，也更有效的吸引学生。而且要想注重学生深度体验探究，教师应更多的创新课堂，数学实验课是我们常常忽略的教学模式。学生动手实验探究，亲身参与，能更好的强化学生的主体地位。教师只需要给学生搭建探究平台，将实际问题合理引导和有层次的剖析，指导学生对课程内容进行深度学习和应用探究。本文重在以数学实验课为例尝试深度教学视角下的课堂转型。

一、背景分析

本节课尝试以数学实验课的形式对学生进行深度学习的数学探究。基于学生的实验活动，结合对滚动的圆的探究和证明，注重揭示知识的发生的过程。引导学生经历“观察、操作——探究、猜想——推理”的认识过程，透过“表象”思考“本源”，学会数学地思考问题，促进学生形成科学地、能动地认识世界的良好品质。提高学生的深度学习能力和高阶思维能力，最终提升学生的数学素养。

二、实验目的：

经历圆形纸片在不同轨道上滚动的操作过程，探索圆在不同轨道上滚动时圆心运动的路径，研究其自身转动的圈数，提高解决问题的能力。

三、实验工具：

三角尺、刻度尺、圆形纸片

四、设计理念：

本节课是基于生活化的体验，运用从特殊到一般的探究过程。提出了轨迹思想，研究圆心运动的路径，通过学生动手实验操作，上黑板演示，教师利用几何画板动态呈现，让学生直观感受圆心运动路径是什么图形，从而去计算圆心运动路径的长度。在研究圆心自身转动的圈数时，体现转化的思想，将圆自身转动的圈数转化为研究圆心运动的路径长。将问题分化、优化，层层递进，让学生经历猜想、推想、联想的过程，体现科学的探究方法，提高解决问题的能力。

五、实验内容：

1. “情景引入”板块的教学设计与分析

学习任务设计：

任务1：将两枚同样大小的硬币放在桌上，固定左边一枚，另一枚沿着其边缘滚动一周，此时滚动的硬币自身转动了多少圈？

教学方法设计：

教师呈现任务问题，学生独立思考，进行猜想，借助工具，与同伴交流给出答案。教师可以利用几何画板动画呈现，让学生直观感受一枚硬币沿另一枚边缘滚动的画面，从而思考解决问题的策略，进一步引出在直线上滚动圆的探究。

教学设计分析：

这是一个基于生活化的问题，将生活中的娱乐化问题转化为数学问题，让学生能充分感受到数学源于生活，也能激发学生对本节课学习的兴趣。在问题呈现出来之后，学生首先会在脑海中形成画面，而且会将问题简单化，认为两个同样大小的硬币，固定其中一枚，将另一枚沿着其边缘滚动一周，滚动的硬币自身转动的圈数就是一圈。这时教师可以利用几何画板动画演示，将学生脑中的画面直观的呈现在他们眼前，此时，他们会更加客观的思考这个问题，可以借助画面中的参照物，研究滚动硬币自身转动的圈数。

如果将实物硬币抽象为数学中的圆，那这个实际问题就可以转为一个圆在另一个固定圆的边沿滚动，滚动的圆转动的圈数与什么有关的问题。从而将问题进行分化、优化。从特殊到一般，从简单到复杂，这也符合学生的认知规律。引出下一个学习任务。

2. “在直线上滚动圆”板块的教学设计与分析

学习任务设计：

任务1：将圆形纸片按如图所示的方法，沿着一条线段GF滚动

(1) 想一想：圆心运动路径是什么图形？

(2) 画一画：描出圆心运动的路径，观察此运动路径是什么图形，与你的想象是否一致？你能用数学知识解释一下吗？

(3) 算一算：让圆在长度等于其周长的线段GF上，从一个端点无滑动地滚动到另一个端点，圆心运动的路径长度是多少，为什么？

(4) 议一议：此时圆形纸片自身转动了几圈？



小结：圆心O所经过的路线的长度等于线段 GF的长，也就是圆的周长，因此一个圆滚动前进，这个圆滚动过的路径长度就是圆心所经过的路径长度。

1、圆在做无滑动滚动时，圆滚动经过的路径长等于圆心运动的路径长度

2、圆自身转动的圈数=圆心运动的路径长÷圆的周长

教学方法设计：学生先猜想任务1中的第一小问，指导学生去研究圆心运动的路径。四人一小组，动手操作，验证猜想是否正确。教师指导操作方法：沿着线段GF滚动，可以借助手边的工具直尺或三角板，一位同学负责将边对齐学案上的GF，并固定不动；一位同学将铅笔笔尖穿过圆形纸片的圆心；另一位同学将圆形纸片沿着直尺的边缘进行滚动；（这样滚动的过程中，笔尖也会顺势移动，圆心运动的路径也就描绘出来了），最后一位同学负责观察实验，得出结论。全班同学进行分享，请一小组同学到黑板上演示操作过程；教师利用几何画板操作演示，增强学生对于无滑动滚动的印象及轨迹思想。接着小组讨论，如何我们学过的数学知识来解释结论。

既然在线段上滚动圆，圆心运动的路径是一条线段，那我们就可以测量长度，符合学习的发生发展过程，所以紧接着研究第三小问，已知线段GF的长，求圆心运动的路径长，引导学生通过转化将已知与未知建立联系，并能用学过的知识进行说明。教师借机进行拓展，将线段GF的长变成两个圆周长，三个圆周长……时，圆心运动的路径长；并在此过程中让学生感受，圆自身转动的圈数是多少？同伴互帮，感悟圆自身转动的圈数与何有关，从而达到本节课的知识目标。

教学设计分析：

本版块将开篇的情景进行问题进行分化，研究在曲线上滚动圆，自然想到将复杂问题简单化，从特殊到一般，所以首先探究在直线上滚动圆，让学生经历猜想、推想、联想的过程，问题层层递进，体现科学的探究方法。

实验操作让学生更加直观的感受圆心运动的路径，在动手操作前，教师必须指导学生如何进行实验，否则很多学生会不知所措。虽然说这是一节开放性的实验课，不排除很多学生通过自己的摸索能得到研究方法，但同时笔者也认为教师给出操作方法，能给学生带去更好的实验体验感。在每个小组都进行了实验操作之后，请一个小组到黑板上利用教师准备的实验道具再重新演示一遍，让学生对实验过程加深印象，便于后面几个板块任务的自主探究。教师利用几何画板进行多媒体动画演示，加深学生的轨迹思想。

经历了这些过程，学生已经充分认识到在线段上滚动圆，圆心的运动路径是一条线段，学生在回答这个问题时，可能会脱口而出直线，教师需要引导学生了解这是一条“有头有尾”的线段，为后面求圆心运动路径的长，即度量线段的长做铺垫。除了观察发现，还要用数学知识解释为什么在直线上滚动圆，圆心运动的路径是一条线段，学生们通过独立思考，结合所学的圆的知识，不难发现，这其实是圆与直线的位置关系，在直线上滚动圆，圆与直线是相切的关系，圆的切线，经过半径的外端，且垂直于半径。所以在运动过程中保持不变的量是：圆心到直线的距离不变，都等于半径。因此圆心运动的轨迹是一条平行于直线的线段，且两条平行线之间的距离等于圆的半径。教师也可以引导学生联想生活实际，在直线上滚动圆，生活中，汽车的车轮，在地面上滚动，圆心运动的路径即为线段，加强学生的理解。

既然圆心运动的路径是一条线段，可度量，那么顺理成章的引出下一个问题，学生在求圆心运动的路径时，已知线段GF的长，肯定会联想两者之间的关系，用到了转化的思想，能简单地推导出来。由上一问得到的相切关系，不能得出矩形这个模型，利用矩形的性质，对边相等，得出结论1，圆心运动的路径长=圆自身滚动的路程长。这也让学生们能体会到构造几何模型解决问题。

第四小问，回到最终目标，探究圆自身转动的圈数。这一小问是在第三小问的前提下，线段GF的长为一个圆周长，圆沿着线段GF从一端滚动到另一端，圆自身滚动的路程长为一个圆周长，圆自身转动了一圈。此时教师追问：当线段GF的长为两个、三个……圆周长时，圆自身转动的圈数呢？学生们可以从中感悟到线段GF的长就是圆滚动的路程长，而圆滚动的路程长决定了圆自身转动的圈数，滚动了一个圆周长，则自身转动一圈，滚动了两个圆周长则自身转动了两圈……从而得到圆自身转动的圈数等于滚动的路程长除以圆周长，再而转化为线段GF的长除以圆周长，最后转化为圆自身转动的圈数=圆心运动的路径长 \div 圆周长。

在解决完了以上问题之后，教师也可以机智得引出下一个问题，给学生小小的设一个“套”。追问：线段GF的长为三个圆周长，将它三等分折成一个三角形，圆在三角形的外部边缘滚动，此时圆自身转动了多少圈？肯定有很多学生脱口而出“三圈”，这也增加了实验的乐趣，学生在自我纠错的过程中也会对结果更加记忆深刻。

这其实是教师在研究了学生的认知基础下，设计出的认知冲突，以让学生在认知失衡的基础上建立新的平衡，批判性的思考问题，并将其进行有效迁移。

3. “在折线上滚动圆”的教学设计与分析

学习任务设计：

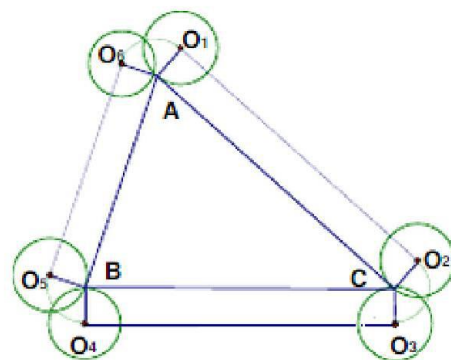
任务1：将一个圆形纸片按如图所示的方法，沿着三角尺的外侧边缘滚动一圈。

- (1) 想一想：圆心运动路径是什么图形？
- (2) 画一画：描出圆心运动的路径，与你的想象是否一致？
- (3) 算一算：计算圆心运动的路径长，路径长与三角尺三边的长度之间有何关系？
- (4) 议一议：此时圆形纸片转动了几圈？
- (5) 如果圆在任意多边形外侧滚动，那又转动了几圈呢？

小结：3、圆在多边形外侧滚动一周，

圆心运动的路径长=多边形的周长+圆的周长

圆自身转动的圈数=多边形的周长÷圆的周长+1



教学方法设计：

学生首先独立思考，进行猜想，然后小组合作，实验操作进行验证，教师巡视，指导实验。成果展示时可以请学生上黑板利用几何画板操作显示圆心运动的路径。问题设置与板块一一致，便于学生延续上述方法。在此任务中，圆心运动的路径有所变化，激发学生探究变化的原因，同伴之间可以互相讨论，或者多次试验观察。有了板块一的铺垫，这一板块可以相对放开一点，让学生自主操作试验，解释说明，教师做适当补充。

教学设计分析：

上一板块的最后一个过渡问题是：将圆沿着三角形的外侧边缘滚动，三角形的周长为三个圆周长，那么圆自身转动了多少圈？在解决这个问题时，我们首先要想，研究圆自身转动的圈数，可以转化为研究什么？那学生很快就会感觉到，就上一个板块中，得到了圆自身转动圈数，与圆心运动路径长之间的关系，从而转向研究圆心运动的路径。也就有了本板块的

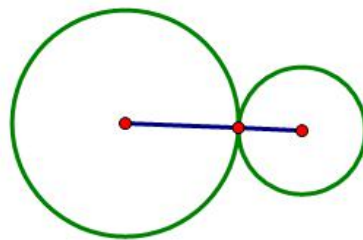
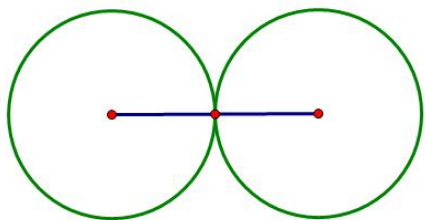
第一个问题。猜想圆在三角形外侧边缘滚动，圆心运动的路径。这个问题很多同学会不假思索的告诉我们“圆心运动的路径是一个更大的三角形”，这不奇怪，板块一的探究告诉我们，在线段上滚动圆，圆心运动的路径是一条平行于这条线段的线段，它们可以构成矩形的对边。三角形的三条边也就可以看成三条线段，那在这三条线段上滚动圆，圆心运动的路径也就是三条平行于三角形三边的线段。那问题到底出在哪了？只有让学生们自己试错，批判性的看待问题，才能印象深刻。因此按照板块一的实验操作方法，借助三角板，将圆形纸片在三角板的外侧边缘滚动，描绘出圆心运动的路径，观察是否与猜想一致，如果不同，探究其原因，并请同学进行分析。其实在这过程中我们已经将问题分解了，在三角形的三条边上滚动学生们都已理解，问题就在于这三条线段是首尾相连构成的三角形，而圆在三角形外侧边缘滚动，还需经过顶点。圆心运动的路径出现了弧。请同学解释为什么会出现弧，何时开始形成弧，这又是对圆知识的一种复习，为后面计算圆心运动的路径，即三条线段长加三段弧长打下基础。要计算弧长，即要知道圆的半径和所对圆心角的度数，因此，必须让学生理解弧的始末。让学生代表解释三段弧长之和即是一个圆周长，从而得到第三个结论，在三角形外侧滚动圆，圆心经过的路径长=三角形的周长+圆周长。紧接着拓展，将三角形转化为一般的多边形，结论是否成立？学生自主探究，可以先描绘出圆心经过的路径，然后得到路径长与多边形周长之间的关系，也是一种巩固加深的过程。最后自然能得到圆自身转动的圈数公式，等于多边形的周长除以圆周长再加一。这是简单的等量代换公式推导，当然，学生们只需要理解本质就是圆自身转动的圈数=圆心运动的路径长÷圆周长，只要研究圆心运动的路径长，就能解决问题，至于是否能得到那么细的公式也无关紧要了。

4. “在圆上滚动圆”板块的教学设计与分析

学习任务设计：

任务1：将两个圆形纸片，固定其中一个，使另一个沿着其边缘滚动一周。

你能提出什么问题？小组成员互相解决一下。



教学方法设计：开放性问题，同伴之间互相提问、作答。请几个小组代表发言，其他同学思考验证。

教学设计分析：这一板块其实是回归开头的实际问题，先从实际问题中抽象出数学问题，解决数学问题，然后应用于实际问题中去，符合数学的发生发展的过程。通过本节课的学习，学生们应该掌握了如何研究圆心运动的路径，确定圆自身转动的圈数，及两者之间的联系。所以解决开头的问题，首先要描绘出滚动的圆圆心运动的路径，计算路径的长，运动公式，除以圆周长就能得到圆自身转动的圈数。这里可以运动字母参与运算，让学生们感受设参的思想，通过计算验证是否与自己的猜想一致。

这题相对开放，学生提出的问题也会很多，也旨在开拓学生的思维，同时也是反馈学生理解程度的方式，了解学生对于本节课的目标是否达成，本节课解决的问题是否会应用。

5. “课堂小结与课后思考”板块的教学设计与分析

学习任务设计：

任务1：基本结论：

①圆在做无滑动滚动时，圆滚动经过的路程长等于圆心运动的路径长度

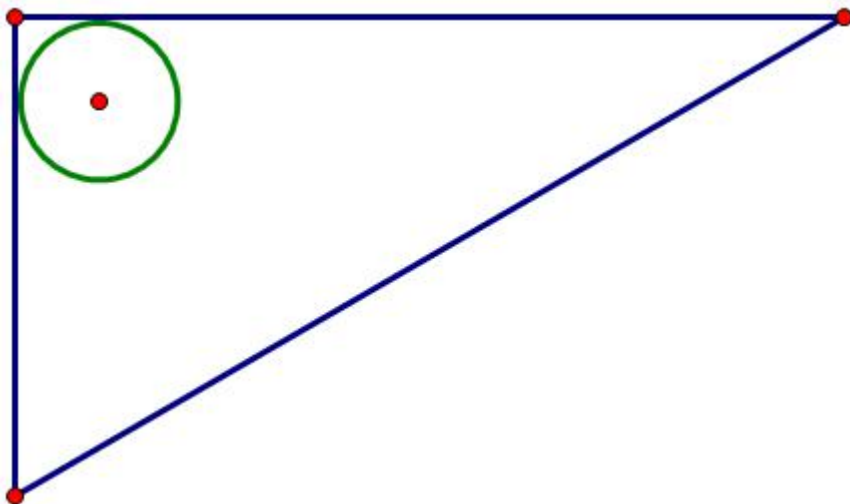
②圆自身转动的圈数=圆心运动的路径长÷圆的周长

③圆在多边形外侧滚动一周，

圆心运动的路径长=多边形的周长+圆的周长

圆自身转动的圈数=多边形的周长÷圆的周长+1

任务2：如果圆形纸片，沿着三角尺的内部边缘滚动一周，圆心运动路径又如何呢？请你画出来。



寄语：人的学习就像一个圆，学的东西越多，则圆的周长越长，周长越长则接触外面世界的机会就越多。

—————物理学家 爱因斯坦

教学方法设计：同伴之间互相说一说本节课我们解决了哪些问题，还有什么困惑，互相之间

解决一下，代表发言，提出一些有趣的问题，课后我们还可以应用到哪些方面等。

教学设计分析：课堂小结，巩固本节课所学内容，既然是实验课，实验得到的结果也很重要，同时，通过这节课的学习，让学生经历“观察、操作——探究、猜想——推理”的认识过程，学会数学的思考问题，也对实验操作有一定的了解。提醒学生当一个问题出现的时候，先思考，再回答，有时候自己的主观印象是会出错的，而出错不怕，我们的学习本来就在不断地试错过程中发现问题，解决问题。真理往往是要通过验证说明得到的。

最后一个思考题，留给学生们课后完成，在三角形内部边缘滚动圆，描绘出圆的运动路径。其实相对于本节课解决的其他问题是简单地，在内部边缘滚动，学生们已经知道边与圆是相切的位置关系，描绘出圆心运动的路径与很多同学想象的也一致，是在三角形内部位似缩小的三角形。那这个相对简单的问题为什么放在最后，而不是放在最开始讨论呢？课本上也是这么编排的，我想本节课主要还是一个实验操作课，在直线上、在三角形外侧边缘滚动圆，在操作上我们可以利用数学工具完成，而在三角形内部边缘滚动圆，在操作上较难实现，学生直观感受不强，所以在解决完这节课之后，学生在认知上有所提高，也就便于本题的分析理解。当然教师可以充分利用几何画板，帮助学生直观感受的同时提高学生的学习兴趣。

六、教学反思

本节课是数学实验教材中的一课，书上的教学内容是通过圆在直线上、圆在折线上的滚动，探究其圆心运动的路径，我在此基础上引入了一个实际问题，将两个形状大小相同的硬币放在桌上，固定其中一枚，将另一枚硬币沿其边缘滚动一周，滚动的硬币自身转动了几圈？即转化为圆在圆上滚动的问题，从而开始一般的探究过程，先在直线上滚动圆，再在折线上滚动圆，在探究圆心运动的路径的同时，又研究了圆自身滚动的圈数与什么有关，让学生动手操作，展示，几何画板运动直观，让学生充分感受圆自身转动的圈数与圆心运动的路径长之间的联系。从而探究出结论，得到研究问题的方法。

上完这节课，我感到有几方面的不足：

1. 学生在理解圆自身转动的圈数，与圆心运动的路径长之间的联系是否深刻
2. 既然是实验活动课，是否能再开放一点
3. 如果有机会的话，能不能研究一下两个圆一起转（齿轮问题），即研究双变量问题的方法是什么？

这节课基本做到了在重视学生原有的数学经验基础上，促使学生的认知失去平衡，帮助学社个建立新的数学模型，引导学生从知识的发展方式和过程中建构新知，并学生通过质疑完善思维。以望达到激发学生深度学习的目标。