

通过图像表征促进小学数学理解教学

葛素儿

■ 摘 要 图像表征是符合小学生心智的，能促进他们主动积极参与学习的理解活动，借助图像表征能理解概念、算理，探索规律，获得策略，是理解数学的有效渠道。图像表征包括动眼读图、动脑想图、动笔画图、动口表达、动手解决等理解活动，教学中可以设计读图、体验、画图、互译等表征活动促进小学数学理解教学。

■ 关键词 图像表征；小学数学；理解教学

■ 作者简介 葛素儿，浙江省富阳市富春第二小学中学高级教师

数学课堂应以理解目标为指向，寻求学生经验、活动与数学课程之间的联结点，设计多维感官参与的理解活动，由单纯的维持性学习转变为通过自主参与的探究性学习，从而促进知识的意义建构。笔者认为图像表征是一种很重要的思维方式，是一种适合小学生的有效数学理解活动。

一、“图像表征”释义

图像语言是一种用形象和色彩来直观地传播信息、观念及交流思想的视觉语言。图像语言使抽象的数学知识具体化，通过图形、图像、文字、符号等多种数学表示语言相互转化的视觉学习过程，为学生提供支撑数学形式化和逻辑推理的数学现实、经验情境和概念表象。

表征是认知心理学的核心概念之一，指信息或知识在心理活动中的表现和记载的方式，是外部事物在心理活动中的内部再现。图像表征是学生运用已有经验，将脑中“心里图画”用示意图、草图、图式等形式表现出来，是对动手操作的纠正、补充、细化和深化，是对数学理解有意义的心智活动。

图像表征具有双重属性，一是一种思维形式，学生的思维形式经历动作表征、图像表征、符号表征三个阶段。二是一种解题策略，借助图像描述与分析数学问题，产生对数量关系的直观感知。

设计有效的理解活动是小学数学理解教学顺

利展开的核心，图像表征是符合小学生心智的，能促进他们主动积极参与学习的理解活动。图像在数学研究中起着真实、联络、理解、甚至提供方法的作用，同时也是理解数学的有效渠道。小学生的思维正处于具体演算阶段，需要图像表征作为支撑，他们通过观察、画图、表达等行为方式将自己的数学思想以直观的形式表达出来，表现自身对数学的深层次理解。

二、图像表征在小学数学理解教学中的作用

借助于图像表征，能启迪思路，为学生创造了一个自己主动思考的机会，通过自主探索、发现和再创造，体验和感受数学发现的过程。

1. 借助图像表征理解概念

小学数学概念教学中，如果能够建立抽象的数学概念与形象的图形之间的联系，把数学概念中最本质的属性用恰当的图形演示出来，尝试用数学语言表征，经历基于动作的思维向基于形象的思维再向基于符号与逻辑的思维转换，就可以丰富学生的感性材料，为建构数学概念奠定基础，学生对所学数学概念就容易理解和掌握。例如，在“20以内数的认识”的教学中，教师结合问题情境提出问题：12元钱可以怎么付？然后引导学生用小棒代替一元硬币摆出12元，想一想有什么好办法可以让大家一眼就看出是12？

在这个过程中，先借助儿童熟悉的货币单位初步感受计数单位“十”；再通过摆小棒的实践活动，探索有什么好办法可以让自己和别人一眼看出是12，发现10根捆成1捆的必要性，帮助学生建立以一代十的表象；最后再通过写数、认识数位、说数的组成等序号表征的活动，实现生活语言向数学语言的转化。有形的操作支撑起无形的数学方法，适时适度的图像表征介入，是朴素经验走向数学形式化的点睛之笔。

2. 借助图像表征理解算理

小学低段有相当部分的内容是计算问题，计算教学需要引导学生理解算理。有效运用图像表征，不仅仅在于理解算理，更重要的在于学会学习，实现过程性目标。如在“8加几的进位加法”的教学中，引导学生从情境图中提出问题列出算式，接着让他们根据9加几的进位加法的学习经验进行表象操作，即让他们在头脑中将小棒图想象出来，然后独立画出“示意图”，最后呈现算理图（如图1），让学生思考：哪种算法和哪个图匹配？“8，7，15”在图中是指哪一部分？“8、7、2、5、10”分别是小棒图中的哪一部分？“8、7、5、3、10”分别是小棒图中的哪一部分？

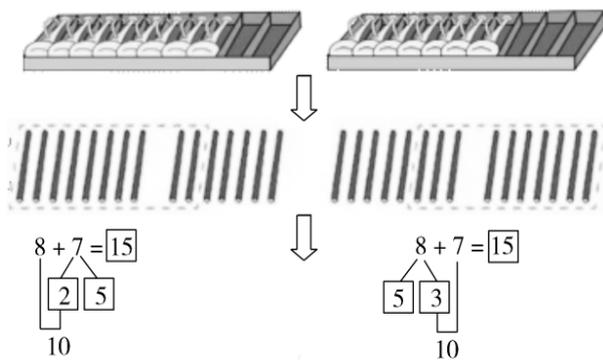


图1 实物图、小棒图与算理图

在这里，通过脑中画图丰富了学生的活动经验，使初步读图之后的动脑操作（表象操作）真正成为学生积极参与数学活动、理解数学的有效中介。表象操作是数学形式化形成的纽带，图像表征是表象操作直观化的手段，通过表征使算理具体化，让学生更好地理解“凑十”的原理，充分体验由直观图像到抽象算法的过渡和演变过程，从而达到对算理的深层理解和对算法的切实把握。

3. 借助图像表征探索规律

数学规律的探索应该让学生自主探索发现，而图像表征能引导学生创造性地探索数学规律，更好地树立起形和数的辩证关系。如在“9的乘法口诀的规律”教学中，引导在百数表中圈一圈，圈好后引导学生仔细观察9的乘法的各个积（如图2），在讨论中发现：1个9是9，比10少1；2个9是18，比20少2……通过梳理概括出“9与几相乘，就与几十相差几”的这一规律。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

图2 9的乘法口诀规律探索图

“9乘几等于几十减几”这一规律很难被学生发现，但直观的图表把隐藏的数学关系显性化了，为学生提供了探索数学规律、发现数学本质的情境。

4. 借助图像表征获得策略

画图是解决问题时经常使用的策略。通过画图能直观地显示题意，有条理地表示数量，便于发现数量之间的关系，从而形成解题的思路。恰当选用线段图、示意图、集合图等等，是寻找解题途径最有效的手段之一。在数学学习时，应帮助学生从小养成一种用直观的图形语言，刻画、思考问题习惯。

如在解决“鸡兔同笼，头共有5个，腿共有14条，问鸡有几只？兔有几只？”这一数学问题时，可以引导学生用“○”表示头，用“|”表示腿，用和表示鸡和兔，这时鸡和兔的外在属性被忽略了，而只抽取了与数学有关的“头”和“腿”的数量特征，得到的“数学画”既是形象的图画，又是抽象的符号。灵动的思维嵌入沉静的思考，这一过程是儿童主动感知问题情境，将头脑中的表象概括化并初步建构模型的过程，获得的是用画图策略解题的活动经验，激

活的是他们的思维潜能。

三、基于图像表征的小学数学理解活动的设计

图像表征包括动眼读图、动脑想图、动笔画图、动口表达、动手解决等多元的数学理解活动,根据图像表征过程与数学理解过程的关系(如图3),教学中可以设计读图、体验、画图、互译等理解活动,引导学生通过表征自主理解数学,在理解过程中提高图像表征能力,优化思维品质。

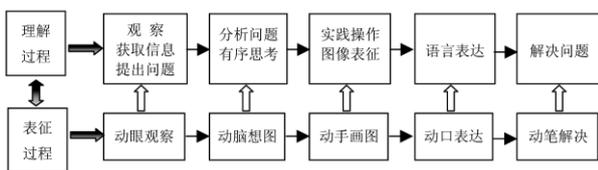


图3 图像表征过程与数学理解过程的关系

1. 以“读图”为入口,初步感知数学

读图是图像表征的第一步,是学生获取数学知识的重要方法与技能,通过读图活动让学生初步感知数学。

(1) 借鉴语文的方式,获得读图的基本方法

在语文课中,教师往往会采用一些方式指导学生读图。如果是看图作文,老师会引导学生从这几个问题入手,“按什么顺序看?”“主要看什么,要看出什么?”如果是课文中的插图,老师会引导孩子根据文章的描述或重点来读图,比如是一篇写神情文章,老师就会引导学生是读插图中人物的面部表情,体会语言文字的含义。如果是绘本,老师会要求孩子关注隐含的信息,发挥自己的想象,进行发散性读图。总的来说,语文老师对于读图的有序性、选择性、发散性更为关注,值得数学教师予以借鉴。如教材中的插图,特别是单元主题图其实是一个开放的情境,教师可以引导学生有序观察,由集束性向发散性方向引导,以发散性思维加上联想模式,鼓励他们去寻找,思考,探求,从而获得读图的基本方法。

(2) 凸显数学的特质,形成读图的基本技能

图形直观、动手操作是适合数学学习的方法,视图材料中数学学科特有的符号要让学生理解。在引导学生读图过程中,我们要凸显数学的

特质,帮助学生形成读图的基本技能。

一是用“图”读“图”(如图4)。单纯地读图、说图不能使学生理解“作为标准的那个人两次都没数到”这一思维关键点,但如果让学生用图画一画,就能突破这一难点了。



图4

二是理解数学特有的图形符号。数学的信息图中包含许多数学特有的符号,比如大括号、问号、括号、虚线等。在教学中,教师要让学生体会这些符号的形成过程,理解这些符号的内涵。

2. 以“体验”为保证,展现表征过程

小学生图式意识还很薄弱,在具体的教学活动中应通过教师的有效指导来实现价值引导,展现表征过程,体现具体到抽象的理解过程。

案例1:“求一个数的几倍是多少”

(1) 出示问题:苹果有3个,梨的个数是苹果的3倍。梨有几个?先画一画,再列式(如图5)。

(2) 交流反馈:黑板上依次呈现表征正确的“数学画”及算式。

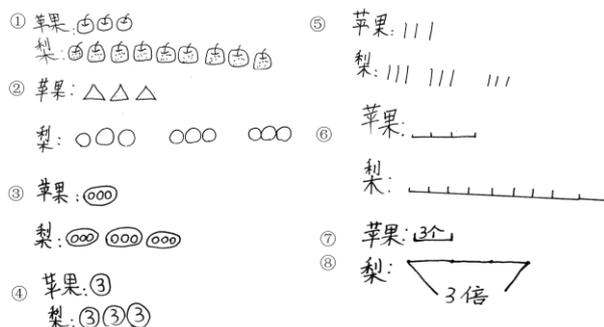


图5

(3) 梳理:

① 讨论:你们认为这些“数学画”怎么样?看着这些图你能理解苹果与梨的关系吗?哪几幅看起来比较简捷?哪副图最简捷?

② 演示:老师在黑板上示范画线段图,根据线段图说说苹果与梨的数量关系。

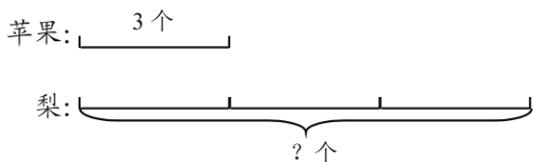


图6

③求梨的个数为什么用乘法做？谁能看着线段图说一说？

(4) 小结：像这样求一个数的几倍是多少的数学问题，就是求几个几是多少，所以用乘法来计算。

在这里，老师从学生已有的知识经验和活动经验出发，引导学生用个性化的图式进行图像表征，在学生独立操作的基础上，教师对学生的作品按层次呈现，让学生感受线段图的简捷，让学生逐步建立起“以1代3”表象，经历具体到抽象的过程。相信教师这样的引领，学生对线段图的记忆和理解一定会更深刻，对于“倍”这一知识的理解也会更为透彻。

3. 以“画图”为突破，促进知识内化

在图像表征中，学生不仅能够熟练、有序地完成操作，而且可以在表征的过程中对问题进行深层次的思考，形成更深刻的、个性化的认识和体验，使外在的操作真正内化为学生认识的動力，使数学教学走向深入，走向精彩。

(1) 运用“画图”，实现由具体到抽象转变。新教材呈现的材料形式是多样化的，除传统的文字形式外，还有用表格、图画、情景对话、图文结合等具体的方式。在教学中我们可以改变思路，引导学生如何观察收集数学信息的方法，用“画一画”、列表等方式把捕捉到的信息表达出来，再运用文字语言进行表述。例如，二上“乘加乘减”的练习中，可以让学生通过自己的解读尝试用下面两种方式表示（如图7），然后在文字语言表述的基础上进行符号表征，让数学理解的过程从具体到抽象跨越。

(2) 运用“画图”，实现由粗略到精致转变。学生理解数学的过程是随着操作的顺序进行的，操作顺序内隐着学生的思维进程。学生在探索性的操作活动中，有时可能无从下手，有时可能会有一些初步的思考，这些思考往往是无序的、粗糙的，有必要通过“画图”加以改进和完善，让表象再现，促进知识理解由粗略向精致提升。



图7

案例2：“倍的认识”教学片段

在学生通过动手摆一摆、圈一圈等活动初步感知“倍的意义”后，老师安排了以下三个层次的“画一画、议一议”活动：

活动一：第一行有2个○，第二行的个数是第一行的（ ）倍。（倍数分别是1倍、2倍、3倍、4倍……通过画一画，说一说，充分感知几的几倍就是几个几。）

活动二：画出第二行的个数是第一行的2倍，比一比谁的方法多？学生独立画图后，反馈质疑：

第一行：○○
第二行：○○ ○○

第一行：○○○
第二行：○○○ ○○○

第一行：○○ ○○
第二行：○○

(1) 这几幅图中表示的倍数关系都对吗？

(2) 仔细观察第一幅、第二幅图，它们的个数各不相同，这是为什么呀？讨论后让学生说说不同的方法，学生呈现的方式有：

第一行：○○○○
第二行：○○○○ ○○○○

第一行：○○○○○
第二行：○○○○○ ○○○○○

……

活动三：一共有12个小圆片，摆成两行，第二行是第一行的（ ）倍。

在前面动手操作，以及前两个图像表征的活动基础上，大多数学生能清晰地表征，下面是两

个学生的作业纸 (见图 8):

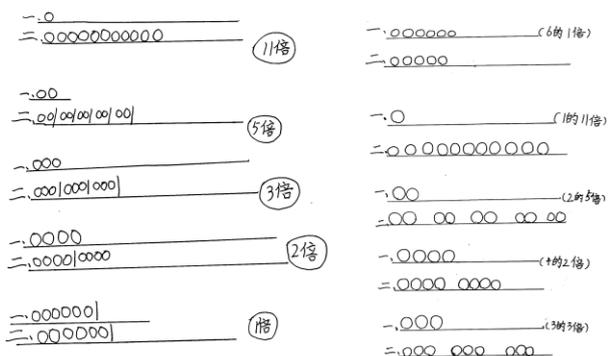


图 8

“倍”这一概念是学生首次接触, 在这里教师没有让知识“一步到位”, 而是在教学中给学生提供充足的时空, 让每个学生在动手操作后进行动脑操作, 再用图的形式表征出来, 凸现学生思维的真实状态, 并在不断的挑战中修正、提升, 思维成果实现从无序到有序的转变。

(3) 运用“画图”, 实现表面到深层转变。数学教学中的操作, 不是为了操作而操作。具体的操作活动和背后的数学知识密切联系在一起, 因此, 要善于利用“画图”操作, 帮助学生实现数学知识由表面到深层的理解, 发展思维能力。如“有余数除法”教学的一个片段:

师: 如果我们拿刚才的 11 根小棒, 来摆 \triangle 、 \square , 可以摆几个? 还余下几根呢? 请你们先在脑子里搭一搭, 再动手画一画, 看看和脑子里想的是不是一样? 然后用算式表示出来。

生 1: $\triangle \triangle |$ $11 \div 3 = 3 \cdots 2$

生 2: $\square \square |$ $11 \div 5 = 2 \cdots 1$

师: 如果我们继续拿 12 根、13 根、14 根、15 根来摆 \triangle 、 \square , 可以摆几个? 还余下几根呢? 请你们先在脑子里搭一搭, 再用算式表示出来。(生独立活动, 交流反馈)

师: 如果我们来搭三角形, 余下的根数可能比 3 多吗? 搭五边形呢? 你发现了什么? (生自由说, 讨论得出余数必须比除数小。)

……

在这里, 通过“画图”丰富了学生的活动经验, 使动手操作之后的图像表征真正成为学生积

极参与数学活动、形成数学形式化的有效中介, 使他们更好地理解余数比除数小的关系, 借助图像表征让学生实现多重数学语言的转化, 加深对知识的理解。

4. 以“互译”为深化, 引导灵活运用

这里的“互译”包含两层意思: 一是文字语言与图像语言的互化; 二是符号语言与图像语言的互化。过分强调形象思维容易形成思维的单线性。因此, 数学学习中应在直观和抽象间建立一种适度的平衡与深化, 经历文字语言、图形语言和符号语言之间不断互译的过程, 只有这样才能使学生的直觉、形象思维上升到理性思维的层次, 促进知识的意义建构, 使学生能灵活运用知识。

试举一例, “ 4×3 ”表示什么? 请你画一画, 然后结合生活实际用三句话说一说。乘法的核心是“几个几”, “ 4×3 ”既可以表示 3 个 4, 也可以表示 4 个 3, 交换的实质涉及到的是“一份量”结构的改变, 通过将符号语言转化为图形语言, 发展了学生图像表征的能力。同时, 将符号语言、图像语言转化为“每份有几个, 有几份, 一共有多少”的生活语言、数学文字语言, 加深学生对知识的理解。

总之, 通过生活语言向数学语言的转换以及不同数学语言形态之间的相互转换, 多角度、多层面理解知识的外延和内涵, 提升图像表征的能力, 建立符号化思想, 为数学学习积累基本数学活动经验, 这是理解数学的必要途径。

参考文献:

[1] 王建,程宏.符号化思想与小学数学[J].学科教学探索, 2006 (10) .
 [2] 王永.图形表征与综合贯通[J].小学青年教师, 2004 (6) .
 [3] 葛素儿.帮助初入学学生学会思维的三个视角[J].江西教育, 2008 (9) .
 [4] 韩洪刚.小学数学教材“主题图”使用现状及探析[J].中小学数学, 2008 (4) .
 [5] 顾志能.对“几何直观”概念的几点辨析[J].小学数学教师, 2012 (7-8) .
 [6] 李克建.为理解而教学[J].上海教育, 2006 (9) .