**课题：一元二次不等式恒成立问题的解法**

王 苑

**一、教学目标**

掌握一元二次不等式恒成立问题的解法，培养分类讨论和数形结合的思想．

**二、教学重难点**

重点：分类讨论思想；

难点：参变分离；动轴定区间问题．

**三、教学过程**

**提问：**解决不等式恒成立问题要考虑哪些方面？

（板书）①确定变量和参数（已知范围的是变量）；

②参变分离；函数法（求二次函数的最值）．

恒成立

恒成立

**例1** 设函数．

若对于，恒成立，求m的取值范围．

**问：**能否用解决该问题？什么时候能用？

**变式1：**对恒成立，求m的取值范围．

**变式2：**对恒成立，求m的取值范围．

（分别用参变分离和函数法解决变式2，并详细板书过程）

（板书）设

（1）对恒成立（图象恒在x轴上方）；

对恒成立；

（2）对恒成立：①参变分离；②函数法（）

**变式3：**对恒成立，求m的取值范围．

**变式4：**对恒成立，求m的取值范围．

（无法参变分离，只能用函数法）

**方法小结：**参变分离使用原则：①分参无需讨论；②分参后函数可求最值．

**变式5：**对于，恒成立，求x的取值范围．

（已知范围的是变量，要求范围的是参数）

**变式6：**对于，能成立，求m的取值范围．

**方法小结：**有解

有解

**课堂小结：**解决一元二次不等式恒成立问题：

①确定变量和参数（已知范围的是变量）；

②参变分离；函数法；

思想方法：分类讨论；数形结合．

**四、教学反思**

含有参数的一元二次不等式恒成立问题是高中阶段最常见的恒成立问题，本节课由一道例题入手，通过对其进行不同的变式，介绍现阶段常见的几种类型的恒成立问题．

1.判别式法

对于一元二次函数对任意都成立的问题（变式1、2），可以利用二次函数的图象及判别式进行处理：

在上恒成立且；

在上恒成立且．

要利用上述结论，就得保证不等式的最高次项是二次的，因此若二次项系数含有参数，要先讨论该系数是否为0．

2.转化为最值问题

对于含有参数的二次函数在闭区间上有或恒成立的问题（变式3、4），实质是一类求函数的最值问题：

恒成立；恒成立．

直接利用函数法求最值时要注意分类讨论，讨论的标准是一个易错点．如果直接求参数的范围比较困难，而参数很容易从原式中分离出来，则考虑通过恒等变形使参数和变量分离于不等式的两端，即参变分离，从而将问题转化为求主元函数的最值问题，进而求出参数的范围．参变分离后往往方向明确，思路清晰，并且主元函数最值容易求解，若不符合分参的要求，则还是使用函数法讨论最值情况．

3.变换主元法

在给出的含有两个变量的不等式中，学生习惯性地把变量x看作主元，而把另一个变量a看成参数，这就使得有些问题的求解过程变得极为繁琐．这时应将已知取值范围的变量看作主元，把要求范围的变量看作参数，则可简化解题过程（变式5）．

本节课最后设置的变式6旨在帮助学生辨析恒成立问题和有解问题的区别与联系，视课堂时间分配情况决定是否讲解．在本节课的教学过程中还可以适当地增加学生思考及展示的时间，让学生自己发现问题、解决问题，并归纳处理这类问题的一般方法，将恒成立问题彻底吃透．