几何直观的教学

对几何直观的教学探讨，笔者同样试着列出几点，不求完备，管中窥豹而已。

第一，在“图形与几何”领域的教学中，教师要强调几何本身的方法，但未必要提及“直观”。

几何领域的学习对象本身就有直观的特性，无须多此一举地强调用了“直观”的方法，而对“空间观念”一词则可以多强调。

第二，在“数与代数”及其他“非图形与几何”领域的教学中，教师要强调直观的方法，但未必要提及“几何”。

这是因为，在数学学习领域，达到直观的方法不止几何一种。同时，因为强调直观，自然而然又会和使用大括号、表格、箭头图、示意图等带有几何特色的方法联系起来。当学生乐于使用他认为的直观的方法时，几何直观的方法已经孕育其中。也就是说，教师要将教学定位于“直观”，几何直观是其子集。这样定位，基于学生的已有经验，难度上有一个渐进的过程，更符合学生的认知规律。同时，这也保留了其他直观方法在学生数学学习中的地位。

第三，需要注意的是，上述两点涉及几何的方法、直观的方法，以及几何直观的方法，但这里的方法不是直接指向解决问题，而是为了“描述和分析”问题。

强调这一点，是为了警惕实践中“穿新鞋走老路”，泛化地使用几何直观概念，出现“解题化”的教学倾向。——“数形结合”在实践中常常呈现出“解题化”的倾向。

易言之，对几何直观的教学，应该在培养学生利用几何直观描述与分析问题的意识与能力上下工夫，解决问题是下一步，虽然是联系紧密的下一步。这就意味着，对几何直观的教学，教师要关注学生表征问题的过程，以及表征之后的反思与顿悟。没有反思与顿悟，学生可能获得了“几何”的方法，却未必获得了“几何直观”的能力。

案例1[①]

苏教版《数学》四年级下册“解决问题的策略（画图）”有这样一题：

小营村原来有一个宽20米的长方形鱼池。后来因扩建公路，鱼池的宽减少了5米，这样鱼池的面积就减少了150平方米。现在鱼池的面积是多少平方米？

多数学生画好图后（如下），这样算：150÷5=30（米），30×（20-5）=450（平方米）。只有个别的学生，根据画的图，直接列式计算：150×3=450（平方米）。对这样的简便算法，很多学生一时还不理解，但学生一解释，也都能恍然大悟。

案例1提醒我们：学生会画图、读图、据图计算，甚至能根据问题情境判断要不要画图，未必一定就有了几何直观意识[②]。同时，我们也看到，学生的几何直观能力的确有高下之分。

案例2[③]

在北师大版《数学》五年级下册“分数混合运算”的教学中，教师出示题目：

小华录入一份稿件，录入后还剩700字，小华录入了多少字？

大部分学生用解方程的方法，还有的用算术法：700÷（1－）×=2100。在呈现上述两种常规算法后，有一男生激动地说：我还有一种解法，700×3=2100。其他学生一开始都认为该生的结果是凑出来。这位男生不服气了，说：我可没凑，我有依据的。我是借助线段图来解题的。

该生在黑板上画好线段图（如下），解说道：整条线段表示一本书，录入了就是把线段平均分成了4份，其中的3份表示已录入的，剩下1份没录，还剩700字就是这没录的1份。求小华录入了多少字，就是求3份的字数，所以就用700×3。

这位学生和案例1中的学生有异曲同工之处：

（1）他们都直接借助图形来思考，借助的手段有“几何”特色。

（2）借助图形思考跳过了一些步骤，更加简洁、快速地获得答案，体现了“直观”的特色。

（3）两位学生分析与解决的问题都不属于“图形与几何领域”，正因此，他们采用的方法体现了创造性。这一点是这两位学生最可贵的思维品质。笔者想特别指出，对于几何直观，难就难在学生会主动想到用几何的方法去分析问题，主动地“以形助数”，而不是教师给学生一个几何直观的方法，让学生去解题。培养学生主动地运用各种方法分析同一问题的意识，才是教学中真正的挑战。

（4）其他学生开始的不解说明学生对“几何直观”的方法还比较陌生，缺乏这样思考的经验。学生之间几何直观水平的差异，正是教师可以利用的教学资源。

上述两个案例也提醒教师，要关注学生不一样的想法，不要让能体现“几何直观”价值的案例从眼皮底下溜走。

第五，对几何直观的教学，要特别关注学生在学习过程中表现出的想象力和顿悟。学生学习数学，经历最多的是根据数据进行精确的计算。而几何直观可以跳开计算，直接获得结果、得出判断，对学生而言是学习风格、思维方式的转换，有一定难度。

本质上，几何直观塑造的是学生认识外界的思维品质和多元的认知方式。在这个过程中，合情推理、想象和顿悟显得极为重要。

案例3[④]

在人教版《数学》五年级下册“体积和体积单位”一课的“认识立方分米”教学环节，教师取出3个不同大小的正方体，让学生判断哪个是1立方分米，在学生正确判断后，出现了如下的教学片断：

PPT出示：估一估，身边物体的体积大约是多少立方分米？

教师取出一碗泡面。

生1：这碗泡面的体积大约是1立方分米。

教师取出一个纸巾盒。

生2：盒子的体积大约是2立方分米。

对生1、生2的回答，教师都微笑首肯。

教师取出一个电热水壶。

生3：我估计水壶的体积是15立方厘米。

师：哦！（表情诧异）说说看，你是怎么想的？

生3：中间那个立方体（指了指讲台）是1立方分米，我觉得水壶的下半部分就有1立方分米了，上面部分差不多是半个立方分米，所以是15立方厘米。

该案例中，学生的思考算不算是用了几何直观的方法？笔者认为是的。生3的回答看上去是错误的，但其思考过程却是正确的，以1立方分米的正方体为度量单位，水壶的体积是“1个”加上“半个”立方分米。只不过，此时还没有学习体积单位间的进率，生3把进率想成了10。

这个时候教师可以肯定学生用立方分米作参照的想法，同时拿起1立方厘米的正方体，提醒学生：“你说是15立方厘米，你看看1立方厘米是这么大，这个水壶只能装15个这样的小方块吗？”以此，让学生对体积的进率有感性的体会。学生把进率想成10也是合情推理的体现，教师后续可以引导学生思考长度（一维）、面积（二维）、体积（三维）单位之间进率的变化特点。