

小学生数感发展规律与特征的实证研究及其启示

郭 氏, 史宁中

(东北师范大学 数学与统计学院, 吉林 长春 130024)

摘要:数感是人们对数和数的关系的一种感悟, 以及运用数字关系和数字模式进行推理与解决问题的能力。小学生数感发展的总体规律是数感发展水平随着年级(年龄)的增长而逐步提高。数感的构成要素包括数的意义、数的表示、数的关系、数的运算、数的估算、数的问题解决。小学生数感的培养过程要经历3个阶段: 学习整数、小数、分数等数的概念及其运算规则; 用多种方法来表示数; 通过代数式、方程等知识的学习, 探索数与形及在实际问题中蕴含的数量关系和规律。

关键词:数感; 课程; 小学生

中图分类号: G632.0 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894 (2011) 01-0023-03

1 问题的提出

随着社会的发展, 人们日常生活中每天都会接触到大量的数学信息, 各种各样的数学信息正越来越多地影响着人们的日常生活。作为当今信息社会中的成员, 对客观世界变化的敏捷反应和对各种信息迅速做出判断的能力是十分重要的。而分析判断这些数学信息需要有很好的数感。近些年来, 数感问题已经成为国内外数学教育研究的热点问题之一。我国2001年《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》^[1]中, 第一次明确地把“数感”作为数学学习的内容提出来, 数感这个在西方国家数学教育中并不陌生的词语第一次进入我国义务教育阶段数学课程并成为一个重要概念。但由于我国在课标出台的前期对数感缺乏有数据支撑的实证研究, 同时对数感的理论研究也很有限, 在这一现实背景下, 义务教育阶段的数学课程标准提出了数感的概念, 实现了由过去忽视数感的培养到重视数感培养的跨越。但从现在的角度来看还远远不够, 《标准》中对“数感”这一概念并未给出定义, 只是在学习内容的说明中描述了数感的主要表现。通过对小学数学教材有关数感内容设置及呈现方式的研究, 发现小学数学教材不同程度存在数感内容层次性不强等一些问题。通过对近500名小学一线教师有关数感内容的调查与访谈, 90%以上的教师都知道新课程中数感这一核心概念, 但不知道“数感”是什么, 80%以上的教师都认为数感对小学生将来的学习和工作很重要, 但不知道如何培养学生的数感。在这样的背景下, 很有必要对数感进行系统地研究。

从现有的文献研究中发现, 以往对小学生数感的发展与特征研究更多地是从心理学的角度出发进行的研究, 即便是从数学教育角度出发的研究也多半是一些零散的、局部的, 缺少对小学生数感的发展规律与特征进行系统的、全面的研究, 这样就使得小学数学课程的构建缺少了一定的研究基础。从课程的角度出发分析小学生数感的内涵及其构成要素, 考察小学生数感发展的规律与特征, 划分小学生数感的发展阶段, 并对小学数学课程设置和教材建设以及数感培养提出有价值的建议。

选择义务教育阶段二至六年级学生为研究对象, 所研究的主要问题可以归纳为两方面: 其一, 从数学课程的角度出发, 分析数感的内涵及数感构成要素并划分出小学生数感的

发展阶段, 设计出小学生数感要素测试试卷; 其二, 通过测试的结果来分析小学生数感发展的规律与特征, 并通过测试数据结果的统计分析验证小学生数感发展的阶段性。在此基础上进一步分析和总结小学生数感是如何形成的? 如何循序渐进的? 如何培养学生的数感? 在此基础上对小学数学课程设置、教材建设以及数感培养提出建议。

2 数感的内涵及数感的构成要素

数感很难精确定义, 对于数感的内涵, 不同的研究者有不同的理解, 综合国内外研究文献, 给出数感内涵, 即数感是人们对数和数的关系的一种感悟, 以及运用数字关系和数字模式进行推理与解决问题的能力。同数感的内涵一样, 数感的构成要素已经在许多文献中被加以讨论。综合已有的文献研究, 再结合中国2001年《标准》中的描述, 数感的构成要素应该包括以下6个方面内容: “数的意义、数的表示、数的关系、数的运算、数的估算、数的问题解决。”皮亚杰认为, 在个体从出生到成熟的发展过程中, 认知结构在与环境的相互作用中不断重构, 从而表现出具有不同质的不同阶段, 他认为儿童的认知发展具有阶段性, 他把人的认知发展分为4个阶段^[2]: 感知运动阶段、前运算阶段、具体运算阶段、形式运算阶段。人类在没有形成数概念符号之前, 对数的大小、多少有直观感觉能力, 这种潜意识的数感可称为数觉。知识、经验和技能使得人类对于数和数的变化的感知能力发生了质的飞跃, 不仅能够感知脱离了具体事物的抽象的数, 更进一步, 甚至可以从量和量的变化上去把握事物。人类在数觉的基础上, 靠知识、经验和技能而发展起来的建立在符号的基础上对于数和数的变化的感知能力称为符号数感。在符号数感的基础上, 通过方程等知识的学习, 可以建立初步的模型概念, 建立在模型基础上对数字关系和数字模式的感悟, 以及运用数字进行推理与解决问题的能力, 等为模型(问题解决)数感。

不同年龄段小学生数感的发展应有层次性, 综合皮亚杰等人的观点, 认为小学生数感发展要经历3个发展阶段: 数觉阶段(阶段I)——在没有建立起数概念符号的基础上对数的大小、多少的直觉感受; 符号阶段(阶段II)——在数觉的基础上, 靠知识、经验和技能而发展起来的建立在概念符号基础上对于数和数字关系的感悟能力; 模型(问题解决)

收稿日期: 2010-10-10

基金项目: 全国教育科学规划2010年度中小学数学教育研究专项立项课题——小学生数感的发展与特征研究及课程设计(GOA107017)

作者简介: 郭氏(1972—), 男, 蒙古族, 内蒙古哲里木盟人, 副教授, 博士, 硕士生导师, 主要从事数学课程与教学研究。

阶段(阶段Ⅲ)——建立在模型基础上对数字关系和数字模式的感悟,以及运用数字进行推理与解决问题的能力。

3 研究的设计与研究方法

3.1 测试题目的设计与测试的实施

测试题目的设计既体现了对数感内涵及其构成要素的理解,也希望通过这些测试题目很好地反映学生数感的发展规律与特征。测试题目的设计主要从以下两个方面考虑:一是小学生数感的构成要素;二是小学生数感的发展规律及其特征。前者主要决定了测试题目的内容,后者主要决定了测试题目的类型与难度。在测试题目设计的过程中,征求了心理学专家、数学教育专家和小学一线教师的意见,根据试测所反映出来的问题,对测试题目的内容以及表述方式都进行了调整,最后确定了用于测试小学生数感发展与特征的测试试卷的36个题目。

正式测试选在长春市、松原市及四平市的4所层次不同的小学进行,分别随机抽取各校二至六年级的一个自然教学班作为被试对象,没有选择一年级进行测试主要是考虑到在施测时一年级刚入学不久,对小学数学的学习才刚刚开始,需要适应的时间。在学校的选取过程中,刻意回避了所谓的重点班级,希望所选取的样本更具备代表性。共计发放试卷1000份,收回有效试卷944份。

3.2 研究方法

采用质性研究与量化研究相结合的研究方法。主要研究方法是测试试卷、问卷调查、课堂观察及访谈,测验的数据采用SPSS 16.0社会科学统计软件包进行分析与处理。

4 研究结果分析与研究结论

4.1 研究结果分析

以4所学校学生的数感要素主测试以及数感要素6个分测试的结果为分析对象,对各年级学生测试成绩进行年级间的方差分析与差异检验(结果如表1、图1),从总体上对各年级学生的测试成绩有一个了解和把握。

表1 年级间在数感要素主测试上的方差分析

差异来源	平方和	自由度	均方	F	P
组间	52 279.508	4	13 069.877	3 838.662	0.000
组内	2 179.072	640	3.405		
总计	54 458.580	644			

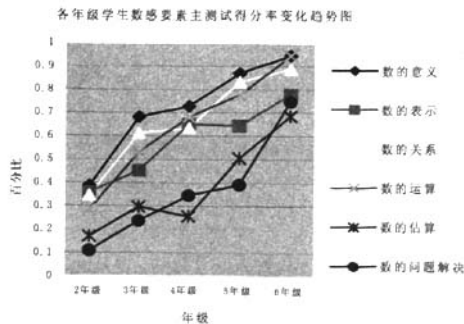


图1 各年级学生数感要素主测试得分率变化趋势图

从表1可以看出,总体来说,5个年级间在数感要素主

测试上存在显著性差异($P < 0.05$)。

从图1中可以看出,图中的6条曲线可以分为3组,代表数的意义的曲线为一组,代表数的表示、数的关系、数的运算的曲线为一组,代表数的估算、数的问题解决的曲线为一组。为了具体了解年级因素对小学生数感发展的影响,对年级间的总分平均分进行了差异检验,检验的结果如表2。

表2数据显示,二、三年级间差异检验 P 值小于0.05,三、四年级间差异检验 P 值大于0.05,四、五年级间差异检验 P 值大于0.05,五、六年级间差异检验 P 值小于0.05。从而说明二、三年级间存在显著性差异,三、四年级间不存在显著性差异,四、五年级间不存在显著性差异,五、六年级间存在显著性差异。

表2 各年级数感要素主测试总分平均分差异检验

年级比较	差异来源	平方和	自由度	均方	F	P
二、三年级	组间	5 982.788	1	5 982.788	1 549.291	0.000
	组内	1 000.162	259	3.862		
	总计	6 982.950	260			
三、四年级	组间	717.744	1	717.744	173.556	0.107
	组内	1 058.694	256	4.136		
	总计	1 776.438	257			
四、五年级	组间	2 145.793	1	2 145.793	697.916	0.063
	组内	780.942	254	3.075		
	总计	2 926.734	255			
五、六年级	组间	4 334.129	1	4 334.129	1 393.386	0.000
	组内	793.178	255	3.111		
	总计	5 127.307	256			

4.2 研究结论

对结果进行定量的统计分析和定性分析,结论如下:

4.2.1 小学生数感发展的规律

从总体上看,小学生的数感发展水平随着年级(年龄)的增长而逐步提高。二年级与三、四、五年级学生的数感发展水平存在显著性差异,三、四、五年级学生的数感发展水平不存在显著性差异,五年级与六年级学生的数感发展水平存在显著性差异。

4.2.2 小学生数感发展的特征

将小学生的数感发展划分为3个阶段,阶段I:数觉阶段;阶段II:符号阶段;阶段III:模型阶段。按照这样的划分得到:

以小学生数感要素主测试的测试结果为依据,二年级至六年级学生数感发展都能很好地达到阶段I。在阶段I上,二年级与三、四、五、六年级学生数感发展存在显著差异,三、四、五、六年级学生数感发展不存在显著差异。三、四、五年级学生数感发展能够较好地达到阶段II,但在阶段III上的表现一般。六年级学生数感发展能够较好地达到阶段III。

分别考察学生在数感要素6个分测试上所达到数感发展阶段的情况,也得到与主测试类似的结果。

5 对小学数学课程和教材相关内容设置及数感培养的思考与建议

5.1 对小学数学课程和教材有关数感内容设置的思考与建议

对小学生数的意义、数的表示、数的关系、数的运算、数的估算以及数的问题解决等6个要素进行了测试,测试数据分析的结果为思考小学数学课程有关数感内容的设置提

供了依据。

小学生数感发展可划分为3个阶段,即数觉阶段、符号阶段、模型阶段。按照此划分方法,并结合测试数据结果,小学数感内容的课程设置可以划分为3个学段,第一学段(一、二年级),第二学段(三、四、五年级),第三学段(六年级)。总体上讲,小学数学课程中数感内容设置可以安排如下:在第一学段主要安排数的意义、数的表示、数的关系、数的运算的部分内容;在第二学段主要安排数的意义、数的表示、数的关系、数的运算全部内容和数的估算、数的问题解决的部分内容;数的估算、数的问题解决的其它全部内容重点安排在第三学段。

教材为学生的学习活动提供基本线索,是实现课程目标、实施教学的重要资源。小学数学教材有关数感内容的设置与编写应该以发展学生的数感为根本目标,充分考虑到影响小学生数感形成和发展的要素,引导学生在积极思考与合作交流中形成并发展良好的数感,应力求从小学生熟悉的生活情境与童话世界出发,选择学生身边的、感兴趣的事物,提出有关数的问题,使学生初步感受数与日常生活的密切联系,从实际生活中理解数与运算的意义,教材所选取的有关数的素材,要符合学生的年龄特征与生活经验并尽量带有实际问题背景,让学生经历运用数的知识来分析和解决问题的过程,发展数感。

5.2 对小学生数感培养的思考与建议

数学教育家弗赖登塔尔将数的意义分为计数的数、数量的数、度量的数和计算的数几个方面^[3]。可见学生对于数的意义的理解从计数开始,到计算结束,贯穿于数的教学过程的始终。换言之,数的意义的理解处于数的教学层次中的基础地位,而且在数的关系、数的运算及数的问题解决等后续层次的教学过程中,也不断完善学生对数的意义的理解。小学生数感的培养过程要经历3个阶段。首先,要学习整数、小数、分数、有理数等数的概念及其运算规则,这是数感形成的基础。这些数概念及规则是抽象的,需要引导学生联系身边具体的事物或各种可感知的现实背景,通过观察、操作、体验、解决问题等活动,感受数的

意义,将数的概念及规则与其实际含义联系起来,而获得相应的数的知识,并获得初步的数感。其次,通过用多种方法来表示数,在具体情境中把握数的相对大小关系,从实际问题中抽象出数量关系,用所学知识解决问题,进一步学习各种数及有关运算。在探索 and 解决数学问题中,在与人交流的过程中,增进对数量关系及其变化规律的理解,进一步发展数感。最后,通过代数式、方程等知识的学习,探索数与形及在实际问题中蕴含的数量关系和规律,基于前两阶段知识经验的影响,经由更丰富的实际背景中处理各种问题,通过建模、估算、求解等过程的经验,获得较为稳定成熟的数感。

数感的形成是一个潜移默化的过程,需要学生在生活中不断积累与体验。在教学中要从学生的生活经验入手,挖掘生活中的数学素材,引导学生用数学的眼光去观察生活,鼓励学生大胆地用数进行交流,促使学生加深对数的体验。学生学习对多少的感悟,需要在丰富的情境中,充分经历察觉物体集合中所包含的物体数量多少的过程,积累感知多少的经验。在教学中,要为学生提供丰富的情境,引导学生通过观察、感悟量的多少,促进学生数感的发展。学习用数表示多少的第一步是数数,即用自然数表示多少。表示多少还可以用分数,与自然数相比,学生对分数的理解更困难些。与自然数相比,对分数意义的理解更需要实际背景的支持^[4]。“记数”是用数表示多少的基础。用数表示多少是理解数的意义的前提。这就要求在教学中,要给学生足够的时间和机会,让他们亲自动手操作,建立起数概念与它们所表示的实际含义的联系,理解数概念的实际含义。教学中要注意让学生在各种生动具体的情境或现实情境中体验和理解数,引导学生独立思考与合作交流,引导他们自主探索,注意培养学生的估算能力,鼓励算法多样化,培养应用意识和解决问题的能力,让学生经历数知识的形成与应用过程,注重数知识间的联系。在学习实践过程中积累丰富的经验,充分体会数的概念,通过实践、思考、探索、交流获得数感、发展数感,从数量关系的角度更准确、清晰地认识、描述和把握现实世界。

〔参考文献〕

- [1] 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2001.
- [2] 皮亚杰. 发生认识论原理[M]. 北京: 商务印书馆, 1997.
- [3] 弗赖登塔尔. 作为教育任务的数学[M]. 陈昌平, 唐瑞芳译. 上海: 上海教育出版社, 1999.
- [4] 史宁中, 吕世虎. 对数感及其教学的思考[J]. 数学教育学报, 2006, 15(2): 9-11.

Number of Primary and Secondary School Students with the Characteristics of a Sense of the Law of Development and Its Enlightenment and Empirical Study

GUO Min, SHI Ning-zhong

(Mathematics and Statistical Institute, Northeast Normal University, Jilin Changchun 130024, China)

Abstract: In this study, based on the current number of primary school mathematics curriculum content and implementation of a sense of the reality of four selected primary schools of different levels of two to nearly 700 students in sixth grade, the number of samples for the study a sense of elements of the test, and interviews of some students. Through statistical analysis of test results, obtained the number of primary and secondary school students with a sense of the characteristics of the development of the law, summed up the development of primary and secondary school students stage a number of flu. And primary school mathematics curriculum and teaching materials, as well as building a sense of culture proposed by a number of valuable suggestions.

Key words: number sense; courses; primary and secondary school students

[责任编辑: 陈汉君]