

小学生估算能力的培养

——对小学数学教材估算编排修订的思考

熊 华

(人民教育出版社 小学数学室, 北京 100081)

摘要:小学生估算能力的培养一直是小学数学教育非常重视的方面之一。随着《义务教育数学课程标准(2011年版)》的颁布,估算能力作为培养小学生数感的一个重要方面和解决实际问题的有效方法有了更加明确的体现。但是教学实践中估算教学还存在不被重视和评价难等方面的问题,人教版实验教材应该在体现估算作用、灵活选择估算方法和策略等方面进一步改进和修订。

关键词:小学数学;估算;估算能力;估算策略

中图分类号:G623.5 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-0186(2012)10-0074-07

当前,培养学生的估算能力已成为数学教育改革中非常重视的一个方面。在小学阶段,估算能力是培养学生数感的一个重要方面,同时估算策略也是解决实际问题的一种有效方法。新一轮课程改革以来,课程标准对小学阶段估算能力的培养提出了更加明确的目标和要求,实验教材也在估算编排上作出了很大的改进,教师在教学中更加重视让学生感受估算的意义、学会估算的方法并初步体会估算的作用,学生估算能力普遍增强。

同时,我们也看到,在教育实践中,估算教学还有很多需要改进的地方,教材关于估算内容的编排也需要进一步研究和改进。本文希望通过研究数学课程标准(包括教学大纲)关于小学阶段估算教学的目标和要求的演变,通过对比人教版历套教材和当前正在使用的其他版本课标实验教材在估算方面的编排情况,提出改进估算编排的几点思考,为教材的修订提供参考。

一、课程标准(教学大纲)关于小学阶段估算教学的目标和要求

(一)教学大纲中估算教学要求的演变

1963年《全日制小学算术教学大纲(草

案)》最早提出估算的要求。在五年级的教学要求中明确提出:理解整数四则运算的意义和每种运算中各部分之间的关系……并且能够进行简单的估算。^{[1](93)}在五年级第一学期的教学内容中安排乘除法的估算。^{[1](94)}

1988年《九年制义务教育全日制小学数学教学大纲(初审稿)》在教学内容的确定和安排中明确提出:在低年级教学基本口算的基础上,中、高年级要适当加强口算训练,并练习一些简单的估算。^{[1](133)}在六年制小学三年级教学内容中安排了乘数、除数是一位数的乘、除法的简单估算。^{[1](147)}四年级乘数、除数是三位数的乘、除法中也安排了乘、除的简单估算。^{[1](148)}

1992年《九年义务教育全日制小学数学教学大纲(试用)》在六年制小学三、四年级的教学内容中安排了乘、除计算的简单估算(选学)。^{[1](169,170)}

2000年《九年义务教育全日制小学数学教学大纲(试用修订版)》的教学要求中明确提出:具有估算意识和初步的估算能力。在教学内容的确定和安排中明确提出:估算在日常生活中有广泛的应用,在各年级应适当加强估算。在六年制小学四年

收稿日期:2012-06-18;修回日期:2012-08-22

作者简介:熊华(1976—),男,湖北荆门人,人民教育出版社小学数学室高级编辑,专门从事小学数学教科书的编辑、编写和研究工作。

级教学内容中安排了大数目估算。^{[1](197)} (例如: 估计一个剧场有多少座位, 一块地有多少禾苗。)

通过对上述文献及相应教材的研究可以看到, 估算真正进入小学数学是在 20 世纪 80 年代中期后, 之前 (1963 年) 估算很少, 仅在乘除法中涉及, 目的也主要是用于验算。80 年代中期, 在教学大纲中明确提出了将估算能力作为运算能力的一种, 在口算、笔算的基础上, 进行简单的估算, 四则运算都有。但重点仍然是为了计算的验算, 没涉及数感 (体会数的大小) 和解决问题。正是由于当时的估算教学目标单一 (培养计算能力、用于验算)、方法复杂 (特别是乘除法), 加重了学生的学习负担, 因此 90 年代就将估算改为选学。这说明当时的小学数学教育界还没有真正认识到估算的作用和教育价值, 直到 21 世纪初开始的数学课程改革, 人们才开始对估算有了比较全面的认识。

(二) 课程标准中估算教学要求的演变

2001 年颁布的《全日制义务教育数学课程标准 (实验稿)》 (以下简称《标准》) 中明确提出数感的主要表现: 能估计运算的结果, 并对结果的合理性作出解释。^[2] 具体目标和要求见下表:

	第一学段 (1~3 年级)	第二学段 (4~6 年级)
学段目标	<ul style="list-style-type: none"> 掌握必要的运算 (包括估算) 技能; 获得初步的测量 (包括估测)、识图、作图等技能。 	<ul style="list-style-type: none"> 掌握必要的运算 (包括估算) 技能; 发展测量 (包括估测)、识图、作图等技能。
内容标准	<ul style="list-style-type: none"> 能结合具体情境进行估算, 并解释估算的过程。 能估计一些物体的长度, 并进行测量。 	<ul style="list-style-type: none"> 在解决具体问题的过程中, 能选择合适的估算方法, 养成估算的习惯。 能用方格纸估计不规则图形的面积。
课程实施建议 (教学建议)	<ul style="list-style-type: none"> 加强估算, 鼓励算法多样化。(估算在日常生活中有着十分广泛的应用, 在本学段教学中, 教师要不失时机地培养学生的估算意识和初步的估算技能。) 	<ul style="list-style-type: none"> 加强估算, 鼓励算法多样化。(估算在日常生活与数学学习中有着十分广泛的应用, 培养学生的估算意识, 发展学生的估算能力, 让学生拥有良好的数感, 具有重要的价值。)

2011 年颁布的《义务教育数学课程标准 (2011 年版)》 (以下简称《标准 (2011 年版)》) 进一步明确数量的估计是“数与代数”的主要内容。并指出: 数感主要是指关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟^{[3](5)}。具体目标和要求见下表:

	第一学段 (1~3 年级)	第二学段 (4~6 年级)
学段目标	<ul style="list-style-type: none"> 知识技能: 在具体的情境中, 能选择适当的单位进行简单的估算。 数学思考: 对运算结果进行估计的过程中, 发展数感。 	<ul style="list-style-type: none"> 知识技能: 理解估算的意义。 数学思考: 初步形成数感。
内容标准	<ul style="list-style-type: none"> 在生活情境中感受大数的意义, 并能进行估计。 能结合具体情境, 选择适当的单位进行简单估算, 体会估算在生活中的作用。 能估测一些物体的长度, 并进行测量。 	<ul style="list-style-type: none"> 结合现实情境感受大数的意义, 并能进行估计。 在解决问题的过程中, 能选择合适的方法进行估算。 会用方格纸估计不规则图形的面积。

新一轮课程改革以来, 估算在小学数学教育中的地位有了很大的提高。与教学大纲相比, 课程标准更加重视学生估算能力的培养, 不仅在四则运算中明确加强估算, 在测量和几何中也加强了估测等能力的培养。《标准 (2011 年版)》更是进一步将估算能力作为培养学生数感的重要方面, 而数感是义务教育阶段数学教育的核心词之一。此外, 《标准 (2011 年版)》更加明确地提出要在解决具体问题的过程中, 选择合适的方法进行估算, 体会估算的实际应用价值, 进而培养学生的估算意识。这些都为教材编写中如何培养学生的估算能力指出了明确的方向。

二、关于教材中估算编排的比较分析

下表中, 我们整理了人教版 1986 年出版的五年制《小学实验课本·数学》 (以下简称《1986 年实验版》)、2000 年修订的《九年义务教育六年制小学教科书·数学》 (以下简称《九义修订版》)、2001 年出版的人教版《义务教育课

程标准实验教科书·数学》(以下简称《课标实验教材人教版》)、北师大版《义务教育课程标准实验教科书·数学》(以下简称《课标实验教材北师大版》)、苏教版《义务教育课程标准实验教

科书·数学》(以下简称《课标实验教材苏教版》)共五套教材中估算(主要是“数的运算”中的估算)内容的编排情况。

	《1986年实验版》 (五年制)	《九义修订版》	《课标实验教材人教版》	《课标实验教材北师大版》	《课标实验教材苏教版》
一上					
一下					加减法估算渗透
二上			100以内的加减法估算,估算实际问题		加减法估算渗透
二下			万以内的加减法估算,估算实际问题	加减法估算,两步运算估算,估算解决问题	1. 三位数的加减法估算 2. 两位数乘一位数的乘法估算
三上	1. 乘数是两位数的乘法估算 2. 除数是两位数的除法估算 3. 加减法估算		1. 万以内的加减法估算 2. 多位数乘一位数的乘法估算,估算实际问题		两位数除以一位数的除法估算
三下	1. 大数的加减法估算 2. 乘数是两、三位数的乘法估算,估算检查积的最高位 3. 除数是两、三位数的除法估算,估算检查商的最高位	1. 一个因数是一位数的乘法估算 2. 除数是一位数的除法估算	1. 除数是一位数的除法估算,估算实际问题 2. 两位数乘两位数的乘法估算,估算实际问题	乘法估算,估算解决问题	1. 三位数除以一位数的除法估算 2. 两位数乘两位数的乘法估算
四上	1. 小数乘法的估算,估算检查积的最高位 2. 小数除法的估算	1. 两位数乘两位数的乘法估算 2. 除数是两位数的除法估算,渗透估算的策略	1. 三位数乘两位数的乘法估算,估算实际问题 2. 除数是两位数的除法估算	1. 三位数乘两位数的乘法估算,估算实际问题 2. 除数是两位数的除法估算,估算实际问题	
四下				小数乘除法估算	
五上				分数加减法估算渗透	小数乘除法估算渗透
五下	复习估算的方法				分数加减法估算渗透
六上					
六下		复习整数乘除法的估算,小数乘除法的估算(选作)		回顾估算方法,应用估算解决问题	

通过整理我们可以看到：

《1986年实验版》教材系统教学整数四则运算的估算和小数乘除法的估算，能结合实际让学生体会估算的实际应用，同时突出估算的作用——初步检验笔算结果的准确性，例如用除法估算检查商的最高位等。但在利用估算解决问题的方法和策略上没有涉及。2000年《九义修订版》教材只安排了整数乘除法的估算教学，小数乘除法的估算作为选学内容。开始注意结合实际问题让学生体会估算的意义，初步渗透估算的策略。

人教版、北师大版和苏教版课标实验教材依据《标准》的理念，加强估算知识的教学。三套教材都安排了整数四则运算的估算教学，在笔算教学中加强了估算的渗透，先估算再笔算，培养学生的数感，同时进一步体会估算对笔算结果的初步检查作用。北师大版和苏教版还在练习中渗透了小数乘除法和分数加减法的估算。人教版和北师大版都加强了估算应用的编排，安排了用估算解决问题的例题，培养学生的估算意识。

可以看到，培养学生估算能力已成为教材编排的目标之一，但是在估算解决问题的编排上三套实验教材差异较大，编排的内容也都只是简单运用估算的方法（近似取整口算）来解决实际问题，而在生活中运用较多的估算策略则较少涉及。通过课标实验教材十年的使用和反馈，随着《标准（2011年版）》对估算要求的明确，人们对估算的认识也更加清晰，即估算是培养学生数感的重要方面，同时估算也是解决问题的重要方法，针对不同的问题应选取适当的估算策略。

三、提高学生估算能力的思考

近几年，国内的一些学者也开始进行和估算相关的调查研究，如通过对小学生估算能力发展、估算策略运用水平发展和估算错误类型的测试，发现小学生估算能力发展的特点，^[4]又如，通过对学生的估算意识（包括估算概念的理解、估算方法和估算结果的认识、运用估算技能的能力与意识、估算经验的来源）和估算策略的掌握情况（包括不同题型的估算策略种类、使用多寡等）进行测试，提出了对中小学数学课程设计和估算教学方面的建议。^[5]

同时我们看到，虽然《标准（2011年版）》对学生估算能力的培养提出了明确的要求，课标实验教材也加强了估算内容的编排，教学中教师也开始意识到估算的重要性，但是目前的估算教学还不完善，也有教师反映估算教学“教师难教，学生难学”，学生估算意识还比较淡薄，运用估算策略解决实际问题的能力还有待提高。这也说明有关估算内容的教材编写需要进一步完善和改进。

《课标实验教材人教版》应在《标准（2011年版）》的理念下对估算内容的编排进行修订，为估算教学提供更好的素材和内容，让教师和学生真正、充分感受估算的作用，体会估算的必要性，从而自觉地在教学和学习中培养估算的意识和能力。

以下以数的运算和解决问题中的估算为例，谈谈教材修订的几点思考。

（一）估算内容的结构调整

首先，关于整数四则运算的估算教学最好安排在万以内数的认识以后。

万以内数的认识之前，主要教学百以内数的加减法和笔算乘法，这个阶段的重点应该是培养学生的计算技能，在理解算理的基础上掌握算法，为后面学习大数的四则运算包括估算打好基础。因此，这里过早引入估算，会对学生的计算学习造成一定的影响。当然在练习中可以适当渗透一些估算的思想，如下面苏教版教材一年级下册中的练习。

6.  先说出每题的得数是几十多，再计算。

$48 + 3$	$74 + 5$	$32 + 20$	$2 + 36$
$6 + 52$	$65 + 6$	$7 + 85$	$55 + 8$

整数四则运算估算的教学主要安排在万以内数的加减法、多位数的乘法中。这时的计算，大多难以直接口算，所以教学估算也就能体现出它的作用。估算不单独进行编排，而是和笔算紧密结合起来。通过估算，能够对笔算的结果进行初步的评估和检验，及时发现笔算中的错误并进行改正。同时，笔算的经验进一步促进估算方法的形成。这样，使学生逐步形成口算、笔算和估算一体的运算能力。

其次，增加小数和分数运算的估算内容。

课标实验教材只编排了和整数四则运算相关的估算内容的教学，而小数和分数运算中没有估算内容的编排。虽然小数的估算大多数是转化为整数的估算，而分数估算的复杂程度要远远超过小数和整数的估算，但是为了更好地培养学生估算的意识和习惯，在小数和分数计算的教学中，我们也应该适当加强估算的渗透。《标准（2011年版）》附录中案例（例27）^{[3](88)}：

9.9×6.9比70小吗？ $\frac{1}{2} + \frac{4}{7}$ 比1大吗？

这个案例就涉及小数和分数估算的要求。当然，教材编排可以有不同的呈现方式，可以通过练习中的习题来渗透。

（二）创设适当的问题情境，让学生体会估算的作用和必要性

当前的教学中，教师对估算重视不够，学生也大多觉得只要掌握好笔算就可以解决任何问题。分析主要原因可能是对估算的意义和重要性认识不够，没有体会到估算在解决实际问题中的作用和必要性。因此，教材在编排估算时，应该创设适当的问题情境，让学生能真正体会到估算的必要性和价值。

一方面，在安排估算解决实际问题的教学时，应当选取适当的问题情境。

例如，《课标实验教材人教版》二年级上册第31页例4（下图），在估算28+43时，有的学生会这样估算：20+40=60，8+3=11，60+11=71，28+43大约是70。



学生实际是先口算出准确数，再根据准确数判断出估算的结果，也就是“算着估”。学生为什么没有用估算呢？如果将问题情境进行修改（下图），这里暖水瓶上价签的个位数字看不清



楚，学生不能直接笔算，相信学生自然会想到用估算“40+58”或“40+60”来解决这个问题了。所以，教材只有提供了适当的问题情境，学生才能更好地体会到估算的意义和作用，逐步培养估算的意识。

另一方面，练习的安排也要设计适当的问题情境。

教学中，教师经常会疑惑估算的答案到底是多少。教师也会经常评价“谁的估算更准”“谁的估算最接近准确值”。因为在练习中经常出现这样的题：估算下面算式的结果。比如192+219，不同的学生会有不同的估算结果：

学生1：192接近200，219接近200，200+200=400。

学生2：192接近190，219接近220，190+220=410。

学生3：192接近190，219接近200，190+200=390。

学生4：192接近200，219接近220，200+220=420。

学生5：192接近200，200+219=419。

学生6：219接近200，192+200=392。

.....

当然，我们说估算的结果没有对错之分，只要能解决问题就可以。但是像这样单纯的估算算式的练习，可能会让教师感到困惑。如果能作一些调整，比如苏教版教材中的练习：



这样既能达到练习估算的目的，也可避免教师教学中评价时的困惑。

（三）估算方法多样化和估算策略的渗透

估算其实就是“近似计算”，也就是将算式中的数据看成整十、整百或整千的近似数进行口算。当然，这个近似数的选取，通常是用四舍五入法，有时也会用进一法和去尾法，具体的方法需要根据数据的特点和问题的情境灵活选择，所以在估算教学中需要渗透估算的策略。

事实上，《标准（2011年版）》中培养学生

估算能力的目标有两方面。一方面是“对运算结果进行估计的过程中，发展学生的数感”，另一方面是“在解决问题的过程中，能选择合适的方法进行估算”。结合具体的问题情境，让学生体会估算的合理性和可行性，并且通过选取不同的估算策略体会估算方法的多样性。《标准（2011年版）》中提供了这样的案例（例26）：^{[3](87)}

李阿姨去商店购物，带了100元，她买了两袋面，每袋30.4元，又买了一块牛肉，用了19.4元，她还想买一条鱼，大一些的每条25.2元，小一些的每条15.8元。请帮助李阿姨估算一下，她带的钱够不够买小鱼？能不能买大鱼？

这样的问题在生活中随处可见，也体现了估算教学的价值。解决这类问题时，就需要选择适当的估算策略。事实上，这个问题就是要判断100元和这三种物品的价格总和的大小关系。如果把三种物品的价格都估大，总和比100小，那么就能判断这三种物品的价格总和不到100元。如果把三种物品的价格都估小，总和比100大，那么就能判断这三种物品的价格总和超过100元。这其中的估算策略蕴涵着不等式的性质，即：

如果 $a < b$, $b < c$, 那么 $a < c$; 如果 $a > b$, $b > c$, 那么 $a > c$ 。

反过来，如果把三种物品的价格都估大，总和比100大，我们就无法判断出这三种物品的价格总和与100元的大小关系。如果把三种物品的价格都估小，总和比100小，同样也无法判断出这三种物品的价格总和与100元的大小关系。用不等式表示就是：

如果 $a < b$, $b > c$, 那么 a 和 c 的大小无法判断；如果 $a > b$, $b < c$, 那么 a 和 c 的大小同样无法判断。

所以，在解决问题的具体情境中，我们需要根据不同的问题和数据的特点灵活选取估算的策略和方法。教材修订中应该加强估算策略的渗透，让学生体会估算的意义和作用，同时还要让学生初步体会有些问题用估算不能解决时，也需要进行精确计算或者在估算的基础上进一步调整。

以下面的问题为例（下图），第（1）、（2）小题都能利用估算解决问题，可以让学生体会不同的估算策略和方法。而第（3）小题利用估算

解决问题时，将 65×8 估大和估小都不能解决，这时我们需要通过笔算来解决，也可以在估算的基础上进行修正。例如：把 65×8 看成 $60 \times 8 = 480$ 估小了，少 $5 \times 8 = 40$ ，再进一步进行比较，就能得出结果。通过类似这样的问题，我们可以让学生更全面地感受到估算在解决实际问题中的运用，对估算意义和方法的认识更加完整。

(1) 三(1)班有29人参观，买门票250元钱够吗？

29×8 大约得多少？

因为29接近30， $30 \times 8 = 240$ ， $29 \times 8 \approx 240$ (元)

$29 \times 8 < 240$ ，所以250元钱够了。

(2) 三年级共有92人参观，买门票700元钱够吗？

$92 \times 8 \approx 720$ (元)

92接近90， $90 \times 8 = 720$ 。 $92 \times 8 > 720$ ，700元钱不够。

想一想：800元够吗？

(3) 二年级共有65人参观，买门票500元钱够吗？

$65 \times 8 \approx$ (元)

把65看作60， $60 \times 8 = 480$ ， $480 < 500$ ，500元钱够了。不能说500元就够了， $65 \times 8 > 480$ ，有可能也比500大。

把65看作70， $70 \times 8 = 560$ ， $560 > 500$ ，500元钱不够。也不能说500元不够， $65 \times 8 < 560$ ，也有可能比500也小。

我们计算一下 65×8 的准确结果。

$65 \times 8 =$ (元)

所以，500元_____

当然，估算具体内容的编排不仅要考虑和具体知识的结合，还要考虑学生的年龄特征和认知特点。通过合理、恰当的内容设置和编排更好地实现培养学生估算意识和能力的目标，即进一步提高学生的计算能力，使学生形成良好的数感，同时在解决问题的过程中体会估算的作用，针对不同的问题灵活选取适当的估算策略，让学生初步体会其中蕴涵的数学思想方法，提高学生的数学素养。

参考文献：

[1] 课程教材研究所. 20世纪中国中小学课程标准·教学大纲汇编·数学卷 [S]. 北京：人民教育出版社，2001.

[2] 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准（实验稿）[S]. 北京：北京师范大学出版社，2001：4.

[3] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准（2011年版）[S]. 北京：北京师范大学出版社，2012.

[4] 司继伟，张庆林，胡冬梅. 小学儿童算术估算能力的发展 [J]. 心理与行为研究，2008（1）.

[5] 徐群飞，李俊. 中小学生对估算意识及策略的调查研究 [J]. 中学数学教与学（初中读本），2006（11）.

[6] 章锦周. 小学数学“估算教学难”的分析及对策 [J]. 中小学数学（小学版），2008（3）.

（责任编辑：王维花）

Training Primary School Learners' Estimation Ability

—Reflections on the Revision of Estimation in Primary School Mathematics Teaching Material

XIONG Hua

(Editorial Department of Primary School Mathematics, People's Education Press, Beijing 100081, China)

Abstract: Training learners' estimation ability is one of the main objectives of mathematics education in primary schools. In the lately-published mathematics curriculum standards (2011Edition), more attention is given to the training of students' estimation ability, which is considered helpful to the cultivation of students' number sense and their ability to solve practical problems. However, in everyday classroom teaching, estimation ability training is often neglected by teachers. And the assessment of this ability is also a problem. This paper concluded that the significance of estimation, common methods and strategies of estimation should be taken into consideration when developing and amending the experimental teaching materials.

Key words: primary school mathematics; estimation; estimation ability; estimation strategy