

试论数学教学对话

高志军 (江苏省通州市石港中学 226351)

“说”是数学学习的一种重要活动方式.对数学情景进行描述,用自己的语言对数学的概念、定理、法则、定义等作出解释,向老师和同学准确的提出问题,与老师和同学进行讨论,学会提问、答问、论述、证明和反驳,作出有关数学活动的口头或书面报告,都涉及到“说”的技能.数学教学活动应十分重视教学对话,使学生乐说、会说、善说,从而激发学生学习数学的积极性和主动性.

1 数学教学对话的认识

“对话是真理的敞亮和思想本身的实现.”数学教学对话是以数学知识为载体,数学思想方法为话题,师生共同去生成或创造“文本”,不断置疑、探究、尝试、发现,以语言交流为主要形式的教学活动.数学教学对话是师生情感交融、心灵沟通、思想对接、教学相长、共同发展的一种教学活动.

美国著名心理学家A·班图拉的“交互决定论”认为:“人的心理机能是由人、行为和环境这三种因素之间连续不断的交互所决定.因此,学习不可能是由学生个体内部因素或教师、教材等外部环境单方面所决定的,必须通过互动才能实现有意义的学习.要实现真正意义上的数学对话,必须做到以下几点.

1.1 重视培养学生的数学语言表达能力

“数学是思维的体操”,“语言是思维的一种载体”.数学语言是高度具体化、高度抽象化的语言,培养学生善于进行普通语言和数学语言的转化,不仅能使学生正确掌握数学知识,建构自己的数学体系,而且能使學生更加明确数学知识要素之间的关系,使知识与知识之间的联系与区别更加清晰.学生通过数学语言的对话、交流,能够用自己的语言正确地叙述知识,解释

知识所揭示的本质属性,这是学生深刻理解数学知识的一种标志.平时,数学交流中,我们十分重视学生的书面表达即“写”的交流,因为学习数学的方法是做数学.事实上仅写不说的交流缺乏激情,也不易激发灵感,仅说不写的交流可能产生表面化或简单化.只有当说写并重,说写有机结合的对话,才能激发学生的潜能,培养学生学习数学的兴趣,从而深化学生学习数学的积极性.

1.2 创设平等民主开放的教学环境

《高中数学课程标准(实验)》认为“数学教学是数学活动的教学,是师生之间、学生之间交往互动与共同发展的过程.”教学是教师的教与学生的学的统一,这种统一的实质是交往、互动.教学对话是实现这种理念下的交往互动的重要方式和手段.真正的教学对话必须讲究平等、民主、开放.因此,我们教师要更新观念,实现七大转变:由重传授知识向重学生发展的转变;由重教师“教”向重学生“学”的转变;由重结果向重过程的转变;由单一信息交流向综合信息交流的转变;由居高临下向平等融洽的转变;由教学模式化向教学个性化转变.放下教师权威架子,“蹲下来看孩子”,尊重学生,做到在对话过程中人人平等.学会倾听、敞开心扉虚心接纳每一个学生的建议和提问,善于捕捉学生思维的闪光点,在对话交流中适时引导、适度点拨、真诚帮助,创设愉快自主、宽松民主的对话氛围.

2 数学教学对话的实施

2.1 创设氛围,实现复述对话

对于学生来讲,仅看仅听或仅做,很难准确的把握理解数学知识,很难使思维自然流畅.语言表达是数学学习过程中非常重要的一环,事

实上,许多数学知识的语言表达都代表了知识产生的条件,是相应事物在数或量方面的发展过程的一种抽象.因此,数学教学,尤其是数学基本概念、基本知识的教学,不应是直接的灌输或传授,应创设学生与教材、学生与学生、学生与教师全方位多角度的对话氛围,让他们通过集体复述对话,或学生个体间的交流,直接把握概念、理清思路、体验方法、习得技能、获得能力.

例1 函数单调性概念的教学

在学生认真看《数学》书 P57-59 页的内容后,组织讨论对话.通过学生复述概念、相互补充、相互校对、仔细体会,在对话交流中真正把握单调性概念之中的几个关键:(1)由“属于定义域 I 内某个区间”,明确了单调区间是函数定义域的子集,并由学生举例说明这种关系;(2)“任意两个自变量的值 x_1, x_2 ”中的任意性;(3)“当 $x_1 < x_2$ 时,都有 $f(x_1) < f(x_2)$ 或都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ”中的“都有”的含义.

让学生将单调性的概念与书 P59 页例 2、例 3 进行对比,进行讨论发言,通过学生复述对话,师生共同探讨,学生进一步明确了概念中实质上含有解题的操作程序:

① 设某个区间上的任意两个自变量 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$

② 作差 $f(x_2) - f(x_1)$

③ 变形将 $f(x_2) - f(x_1)$ 通过适当变形化归为含因式 $x_2 - x_1$ 的积的结构

④ 判断 $f(x_2) - f(x_1) > 0 (< 0)$

再让学生做书 P₆₀ 页第 5 题变题:判断函数 $f(x) = -x^3 + 1 (x \in R)$ 的单调性,并提供充足的讨论时间,让学生交流、对话.从而真正体会和理解判断函数单调性的关键步骤——变形的具体过程和意义.

2.2 激发主动,实现质疑对话

数学教学对话常常是以一定的问题为出发点,通过寻找、选择一定的方法,调控、提炼数学思维,使问题获得解决,最后再以一定的语言将整个问题的解决过程表达出来.学生学习数学时,大量的疑问不是在听的过程中,而是隐含在学生的练习、阅读、讨论等学习过程中,学生自

己发现的疑难问题才是他急需解决的问题,这些问题充实到教学活动中,通过对话获得解决,学生获得发现问题、解决问题的乐趣,不仅仅强化了学生学习数学主体作用,而且给学生创造了勇于质疑、敢于问疑、善于答疑的教学对话氛围.

例2 笔者在概率统计的一堂习题课上,讲过部分习题后,让学生进行总结、讨论、提问.一学生提出自己在做课外练习题时,遇到一道不理解题意无从下手的试题:容量为 100 的样本,分成十组,前七组的概率之和为 0.79,后三组的概率成等比数列,求后三组中概率的最大值.问题提出后,让全班学生进行讨论,逐句分析理解题意,梳理样本、容量、概率、等比数列、最大值等相关知识、概念.通过师生交流,对话,明确了(1)分成十组,则每组至少一个样本;(2)本题的概率是各组样本的个数与总样本容量的比值,这是解题的关键;(3)前七组概率之和为 0.79,则后三组样本之和为 21;(4)21 个样本分成三组概率成等比数列,且有最大值,可以设第八组样本的容量为 1,通过数列求和公式,可以得出公比为 4,则第十组样本容量为 16,即后三组中概率最大值为 0.16.

2.3 留有时空,实现反思对话

数学教学活动不会因课时的结束而结束,应是学生充分反思、不断总结基础上的再学习、再创造的活动.当教师讲解结束或同学间交流结束后,让学生个体进行自我学习行为的检测、分析,剖析自己在整个学习活动中的得失,自我总结方法形成观点,自我反思过程锤炼思维,自我梳理知识完善体系.平时的教学活动应给学生提供反思的时间,对学生在反思过程中的各种疑问要创设对话交流的时机,使学生形成善于反思、有疑则问的良好学习习惯.

例3 设 $a \in R$, 函数 $f(x) = ax^2 + x - a$ ($-1 \leq x \leq 1$), 当 $|a| \leq 1$ 时, 求证: $|f(x)| \leq \frac{5}{4}$.

笔者在评讲该题是,采用了常规思路,对参数 a 进行分类讨论:分 $a = 0$ 、 $-1 \leq a < 0$ 、 $0 < a \leq 1$ 三类情况运用二次函数配方的方法进行证明.评讲结束后,留下时间给学生反思总结,学生在反思探索中,提出了另外两种较理想的方法.

法.第一种解法是分离参数法: $x = \pm 1$ 时,结论显然成立; $x \neq \pm 1$ 时, $a = \frac{f(x)-x}{x^2-1}$ 时,因为 $-1 \leq a \leq 1$,所以, $-1 \leq \frac{f(x)-x}{x^2-1} \leq 1$,又因为 $-1 < x < 1$,所以, $x^2 + x - 1 \leq f(x) \leq -x^2 + x + 1$,而后再配方,获证.第二种解法是巧用绝对值不等式的性质: $|f(x)| = |a(x^2 - 1) + x| \leq |a| |x^2 - 1| + |x| \leq |x^2 - 1| + |x| = -x^2 + |x| + 1 = -(|x| - \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4}$.

2.4 师生互动,实现探究对话

探索是教学活动的生命线,离开了探究对话的数学教学不是真正意义上的教学对话.探究对话的实施必须建立在师生互动、交往的基础上,而这种互动是情感互动,即在教学活动中师生心理相互悦纳、碰撞,达到心理共振.在师生双边互动的探究活动中,学生经历了发现、尝试、解决问题的具体过程,始终具有审视反思、生疑质疑、分析探究的内心指向,自身的解题体会与他人的解题经验不断渗透融合,汲取知识的能力、解决问题的能力不断提高,从而强化了学生的创新意识,锤炼了学生的创新思维.

例4 在高三数学复习一堂试卷评析课上,有一道填空题:设 $P = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times 2n}$, $Q = \sqrt{\frac{1}{2n+1}}$,则 P, Q 的大小关系为_____.

学生答案都是 $P < Q$.笔者备课时进行了多方面的研究,未能获得本题的证明,仅能用特值探路、合情推理、得出结论进行解答.但是学生提出了仅验证 $n=1, 2$ 时, $P < Q$, 会不会有 $P \geq Q$ 呢? 如果 $P < Q$ 成立,又如何证明呢? 问题提出后,师生互动一起探索,下面是解决这道题的对话实录:

师: Q 含根号,而 P 不含根号,怎么办?

生:平方,即证 $P^2 < Q^2$.

师:但 P^2 结构较繁,而 Q^2 则较简单,又怎么处理?

生:变形,即证 $P < \frac{Q^2}{P}$:

$$\frac{1 \times 3 \times \cdots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times 2n} < \frac{1 \times 2 \times 4 \times \cdots \times 2n}{3 \times 5 \times \cdots \times (2n+1)} \quad (*)$$

师生一起观看此式,发现左右两边不对称.

生:可以将右式分子的1去掉,使结构对称.

师:至此,又怎样处理呢?

生:分块,左边 $= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{2n-1}{2n}$,

$$\text{右边} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{2n}{2n+1}$$

因为 $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}, \frac{3}{4} < \frac{4}{5}, \cdots, \frac{2n-1}{2n} < \frac{2n}{2n+1}$

所以不等式(*)成立,问题得到解决.

多精彩简单的证明,没有这样的探究对话的教学,会有数学和谐简洁美的感受吗?

语言是表达思想,交流思想的工具.数学教学对话,学生用数学语言明确地将思想表达出来,重复和显化了学生自身内部思维,学生的主体作用得到充分发挥,个性得到充分张扬,同时,师生平等的教学对话促进了教学相长、师生共同发展.因此,教学对话将是新理念下数学教学的主要活动.

参考文献:

- [1]章建跃著.数学学习论与学习指导[M].人民教育出版社.
- [2]陈东 蒋星五主编.思维技巧趣谈[M].气象出版社.
- [3]周小山主编.教师教学究竟靠什么——谈新课程的教学观[M].北京大学出版社.
- [4]教育部基础教育司组织编写.走进新课程——与课程实施者对话[M].北京师范大学出版社.
- [5]数学(第一册上)[M].人民教育出版社,2003.

[责任编辑:宋晓平]