

“数学思想方法研究” 综 述

江苏省连云港市新海实验中学 孙朝仁
江苏省连云港市教育局教研室 臧 雷

自 1993 年《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》明确提出数学思想方法是数学基础知识的重要组成部分以来, 数学教学中如何挖掘课本中所蕴含的数学思想方法, 如何有效地进行数学思想方法教学, 如何培养和发展学生的数学思想, 在近 10 年中已经成为数学教育工作者普遍关注和潜心探索的一个重要课题. 笔者从 1993 年初就参与了江苏省教育科学规划课题“发展学生数学思想, 提高学生数学素养”(简称为“MA”课题, “MA”是 Mathematical Accomplishment 的缩写)的教学实验研究工作, 与课题组的老师们一道“抗战”了 8 年, 进行了两轮实验, 取得了预期的成果, 于 2000 年 12 月顺利通过省级结题鉴定. 现结合“MA”课题组的研有所得, 以及笔者所收集到的从 1966 年至 2001 年数学期刊上所刊载的 160 余篇直接谈数学思想方法的文章, 对中学数学思想方法的研究作粗浅综述.

1 数学思想方法概念的界定

要想进行数学思想方法的教学研究, 作为一线教师必须先搞清数学思想与数学方法以及它们之间的区别与联系.

1.1 文[1]说数学思想是“指现实世界的空间形式和数量关系反映在人的意识中经过思维活动而产生的结果. 它是对数学知识和方法的本质认识, 是对数学规律的理性认识.”文[2]说数学思想是“人们对数学科学研究的本质及规律的深刻认识. 它是指导学习数学、解决数学问题的思维方式、观点、策略、指导原则”. 应该说, 这两种说法是一致的. 从狭义来理解, 中学数学思想往往是指“数学思想中最常见、最基本、较浅显的内容”、“这些最常见、最基本的数学思想也是从某些具体的数学认识过程中提升出来的认识结果或观点, 并在后继的认识活动中被反复运用和证实”;^[3]而从广义来说, 数学思想泛指“某些有重大意义的、内容比较丰富、体系相当完整的数学成果”^[4]对“数学思想”这一术语,

目前还未形成精确的定义, 综上所述, 比较一致的认识是, 数学思想就是人们对数学知识和方法形成的规律性的理性认识、基本看法.

1.2 数学方法是指“人们解决数学问题的步骤、程序和格式, 是实施有关数学思想的技手段.”^[1]而与之相一致的说法是“数学方法是指某一数学活动过程的途径、程序、手段.”^[2]由此可以看出, 数学思想方法具有过程性、层次性、可操作性特点.

1.3 数学思想与数学方法的区别与联系. 数学思想与数学方法既有差异性, 又有同一性, 其差异性表现在“数学方法是数学思想的表现形式和得以实现的手段, ‘方法’指向‘实践’; 而数学思想是数学方法的灵魂, 它指导方法的运用”, “数学思想具有概括性和普遍性, 而数学方法则具有操作性和具体性; 数学思想是内隐的, 而数学方法是外显的; 数学思想比数学方法更深刻、更抽象地反映数学对象间的内在关系, 是数学方法的进一步的概括和升华”.^[1]可以这样理解, 数学思想相当于建筑的一张图纸, 而数学方法则相当于建筑施工的手段, 数学思想比数学方法在抽象程度上处于更高的层次, 难怪说“数学思想是一般哲学思想在数学中的体现, 是在对数学知识做进一步认识和概括的基础上形成的概念”;^[5]其同一性表现在“数学思想与数学方法同属方法论的范畴”, 它们有时是等同的, 人们往往把某一数学成果笼统地称之为数学思想方法, 而当“用它去解决某些具体数学问题时, 又可具体称之为数学方法”,^[3]因而, 在中学数学教学中一般将数学思想与数学方法统称为数学思想方法.

2 数学思想方法的分类以及在教材中的呈现方式

2.1 关于数学思想方法的分类, 近年来的数学期刊上所刊载的相当多, 归纳起来, 有如下几类: 第一类是策略型思想方法, 它包括化归、抽象概括、方程与函数、猜想、数形结合、整体与系统等; 第二类是逻辑型思想方

法, 它包括演绎、分类、特殊化、类比、归纳、反证等; 第三类是操作型思想方法, 它包括构造、换元、待定系数、配方、参数、判别式等. 上述三种类型中的各种思想方法的顺序是按在教材中出现频数的高低来排列的.

2.2 上述所列的数学思想方法, 在教材中多数没有给出具体的名称, 只是在知识发生过程中应用了或隐含着这些思想方法. 比如, 在初中六册数学《教师用书》中, 涉及数学思想方法就高达 450 次之多; 再如, 化归思想在初中六册教材总共 210 余节中, 出现的总频数约为 108 次, 占总节次数的 50% 左右. 可见, 作为中学数学教师, 善于发现或揭示教材中所隐含的数学思想方法是很有必要的. 文[6] 给出了数学思想方法在教材中的三种表现形式, 其一是“某个知识内容直接反映了某个数学思想方法”; 其二是“某个知识内容隐含着某些数学思想方法”; 其三是“在某个知识内容中明确提出某一数学方法”. 文[7] 则从叙述方式或明显程度这两个方面, 将数学思想方法呈现方式分为四类, “第一类, 实话实说, 标明名称; 第二类, ‘埋伏线’ 很长, 须前后连贯方能领会其义, 也须前后照应整体实施的思想方法; 第三类, 是带提示性的、或启发式或综合性的表述; 第四类, 采取隐晦的暗示的说法, 看似没有却用意尽在其中”. 所有这些都可为教师所借鉴.

3 数学思想方法的基本特征及其目标设置

3.1 在中学数学教学中, 教师们普遍比较重视数学思想方法应用的研究, 从 1997 年被中国人民大学报刊资料复印中心《中学数学教学》复印转载或索引的有关数学思想方法的 76 篇文章来看, 诸如《浅谈××思想的教学》、《××思想的应用》、《例谈××思想方法在解中(高)考题中的应用》等的文章就有 60 篇. 可以看出, 大部分教师没有就数学思想方法本身进行深层次的研究, 不能很好地把握数学思想的基本特征, 因而就不能较好地发挥数学思想的教学功能. 文[3] 论述了数学思想的四种基本特征, 可供学习. 这四种特征是: “1. 导向性, 它是研究数学和解决问题的指导思想, 是数学思维的策略. 数学思想的导向性表现在它既是数学产生和发展的根源, 又是建立数学体系的基础, 还是解决具体问题的‘向导’; 2. 统摄性, 主要表现在两个方面, 一是优化数学知识结构, 二是发展数学认知结构; 3. 概括性, ……数学思想具有较高的概括性, 概括性程度的高低决定了数学思想有层次之分, 概括化程度高, 其抽

象度’ 大, 对数学对象本质属性揭示得越深刻, 对问题的理解也就愈透彻; 4. 迁移性. ……这种迁移性表现在数学内部; 数学思想是数学知识的精髓, 这是数学知识迁移的基础和源泉, 是沟通数学各部分、各分支间联系的桥梁和纽带, 是构建数学理论的基石.” 由此可见, 只有了解数学思想的基本特征, 才能在教学中的放矢地渗透数学思想方法教学, 不断提升自己的教学素质.

3.2 我们知道学生数学思想的形成需要经历一个从模糊到清晰, 从理解到应用的较长发展过程. 这个过程目前比较一致的看法是从宏观上划分为四个层次, 即渗透孕育期、领悟形成期、应用发展期、巩固深化期. 数学思想从孕育到形成、发展, 一般都需要经历这样一个复杂的“润物细无声”的过程. 而这个过程中的教学目标往往不明确, 课堂教学中的随意性、盲目性大, 缺少计划性、系统性. 既然数学思想方法被纳入数学基础知识范畴, 那么课堂教学中就应该有数学思想方法的教学目标. 文[8] 中设置了如下的数学思想分层教学目标:

层次	数学思想领域		认知领域	
	教的目标	学的目标	教的目标	学的目标
初期	蕴含	感受	渗透孕育	识记了解
中期	揭示	领悟	领悟形成	理解领会
后期	激活	发展	应用发展	掌握应用

并给出设定数学思想方法课堂教学目标时应注意的几点: “1. 数学思想方法教学目标陈述的主语应是学习活动的主体——学生; 2. 数学思想方法教学目标要尽可能用学生的行为学习成果加以表述, 即用那些可以外观和测量的行为动词来阐述目标; 3. 数学思想方法的课堂教学目标应有多少个目标样本组成, 要依据课时内容而定; 4. 数学思想方法目标的设定或陈述不能也不可能很具体, 要把握好数学思想方法目标的模糊程度, 使得目标陈述既能从总体上指导教学, 又不十分限制教学活动; 5. 数学思想方法的课堂教学目标具有从简单到复杂、从浅层到深层渐增的层次性, 这种层次性常常与课堂教学结构的各个重要环节相匹配, 形成知识目标与思想目标的有机整合.”

4 数学思想方法教学的原则和教学基本途径

4.1 如何进行数学思想方法的教学, 笔者认为, 文[9]

的四点建议“(一)数学思想方法教学的前提——不断强化教师的意识;(二)数学思想方法教学的启动——深入钻研教材和教师教学用书;(三)数学思想方法教学的关键——抓准抓好知识与思想方法的结合点;(四)数学思想方法教学的实施——‘点线面’教学法”,对我们进行数学思想方法教学很有启发.由于数学思想方法教学是以数学知识教学为载体的,而它又不同于数学知识的教学,它除应遵循通常的数学教学原则外,还应遵循如下的原则:“目标性原则、渗透性原则、层次性原则、概括性原则、实践性原则”^[9]、“计划性原则、科学性原则、重复性原则”^[10]等.

4.2 关于数学思想方法教学的途径问题,近年来有多篇文章从各个不同的角度进行过阐述.笔者概括为以下4条,供教师们参考:“1.在知识的发生过程中渗透数学思想方法;(1)不简单下定义,(2)定理公式教学中不过早给结论;2.在思维教学活动过程中,揭示数学思想方法;3.在问题解决方法的探索过程中,激活数学思想方法;4.在知识的总结归纳过程中,概括数学思想”^[11].

5 数学思想方法课堂教学模式

数学思想方法的教学不能游离于提出问题和解决问题的过程之外,不能离开活生生的教学活动.那种把数学思想方法教学变成空洞的说教,变成华丽的名词、术语的堆砌的做法是不足取的.因而,有必要研究数学思想方法课堂教学的模式.依据课型的不同,文[2]给出“观察、猜想——探究式,比较、归纳——探究式,抽象、建模——探究式,化归、转化——探究式”,而文[1]则给出数学思想方法教学设计的“四环节教学结构”理论模式,具体为“概念课:1.创设问题情景,激发思维动机,蕴含数学思想;2.揭示概念背景,了解合理性和必要性,渗透数学思想;3.暴露形成过程,概括本质属性,揭示数学思想;4.拓展概念教学,深化理解定义,激活数学思想.规律课:……问题课:……综合课:……”.没有模式,就没有特色,当然,不能为模式,把本应生动活泼的课堂教学变成僵化的模式操作.

6 新课程理念下的数学思想方法研究

全日制义务教育《数学课程标准》(实验稿)在总体目标的设制中,明确指出“通过义务教育的数学学习,

学生能够获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的重要数学知识(包括数学事实、数学活动经验)以及基本的数学思想方法和必要的应用技能”.应该说,随着教学理念的更新,数学思想方法仍将是学生数学素养的重要组成部分,数学思想方法教学研究仍是一项长期而艰巨的工作.为了进一步推进数学思想方法教学的研究,完善中学数学思想方法教学中的教学策略、评价检测、育人功能等体系,笔者提出如下一些选题,愿与有志于进行数学思想方法研究的朋友一同探讨:

- (1) 数学思想方法的概念内涵及外延体系;
- (2) 数学思想的教学体系(目标体系、操作体系、评价体系);
- (3) 学生数学思想的形成发展体系研究;
- (4) 学生数学思想形成的心理机制研究;
- (5) 数学思想、方法的教学功能探讨;
- (6) 数学思想、方法的解题功能研究;
- (7) 试论数学知识、数学能力、数学思想三者之间的关系;
- (8) 数学思想方法的素质教育意义;
- (9) 试论数学思想是数学文化的核心要素;
- (10) 发展学生数学思想,夯实数学文化底蕴.

参考文献

- 1 “MA”课题组.“发展学生数学思想,提高学生数学素养”教学实验研究报告.课程·教材·教法,1997,8
- 2 李丽娟.“中学数学思想方法教学实验研究”综述.中小学数学(教师版),2002,1~2
- 3 臧雷.试析数学思想的含义及基本特征.中学数学教学参考,1998,5
- 4 张奠宙.数学方法论稿.上海:上海教育出版社,1996
- 5 朱银坪.在数学教学中落实素质教育初探.数学教学研究,1997,3
- 6 汪立爱.也谈数学思想方法的教学.中小学数学(初中版),1997,6
- 7 满小莹.初中数学思想方法探微及教学探讨.教学与管理(太原),1999,5
- 8 臧雷.试论数学思想方法教学目标的设制.中学数学教学参考,1997,4
- 9 孙朝仁.初中数学思想方法教学的基本原则.中学数学教学参考,2000,3
- 10 臧雷.数学思想方法教学原则刍议.中学数学,1997,4
- 11 孙朝仁.初中数学思想方法教学的基本途径.中学数学教学参考,1998,11