

用建模思想指导小学数学教学

◇江苏 扬州市东关小学 韦波富

【摘要】“建模”思想在生产生活中的应用越来越广泛。在小学数学教学中要研究“建模”的途径和方法，引导学生构建模型解决问题，培养学生的探索精神和应用数学的意识。

【关键词】数学模型 建模 途径 策略 应用

随着计算机的迅猛发展和数学理论、方法的不断扩充，数学已经成为当代高科技的一个重要组成部分和思想库。培养学生应用数学的意识和能力也已经成为数学教学的一个重要方面。而应用数学去解决各类实际问题，建立数学模型是十分关键的技术。因此，用建模思想指导小学数学教学显得愈发重要。

所谓数学模型，是指针对或参照某种事物的特征或数量相依关系，采用形式化的数学语言，概括地或近似地表述出来的一种数学结构。凡一切数学概念、数学理论体系、各种数学公式、各种方程以及由公式系列构成的算法系统等等都可以称之为数学模型。如自然数“1”是“1个人”“一件玩具”等抽象的结果，“1”就是反映这些事物共性的一个数学模型，方程是刻画现实世界数量关系的数学模型，正、反比例是刻画现实世界数量变化规律的数学模型等。建立数学模型的过程就是“数学建模”。

一、小学数学建模的现状分析

《数学课程标准》倡导以“问题情景→建立模型→解释、应用与拓展”作为小学数学课程的一种基本叙述模

式，并已经在教材中体现出按这一模式编写内容。这是数学新课程体系直接体现“问题解决”教学模式的反映。就建模而言，当前在小学数学教学中存在以下问题：

1.目标定位缺失。现在有不少教师在进行教学设计时，目光仅仅落在“知识与技能”这一目标维度上，只是为教数学知识而设计教学，从铺垫到新课再到练习，亦步亦趋，学生缺少生活的原型作为支撑和背景，缺少探究发现数学规律、寻求数学方法、体会数学思想等体验。尽管也有一些“过程”的设计，但这一过程更多的是学科内部纯粹知识之间的演绎过程，缺少对学生数学应用意识的培养。

2.实践避重就轻。在与生活的联系方面，更多的是为联系而联系，是浅表性的，淡化了将“生活问题”进行“数学化”的处理过程，价值取向有偏差、不清晰、热衷于算法多样化等的具体操作，认为多样化的程度越高越好，缺少对多样化算法的共性分析、提炼及优化的过程，不能形成具有稳定性的一般算法模型。探究、合作拘泥于形式，缺少必要的引领和指导，很少将这些学习方式与建模联系起来。练习是单纯的技能训练，机械重复，没有

且是十分必要的。可惜的是，大多数语文教师没有认识到这一点，所有的监控就是看学生读书，叫学生不睡觉；唯一的检测就是听学生背书。甚至连听背书都由课代表代劳了。笔者手头有一份溧阳市汤桥中学的“早读管理”，摘录如下：①任课教师在前一天放学后早读内容以书面形式告知课代表，课代表将早读内容抄写在黑板上告知全体学生。（每天行政值日人员早晨检查黑板内容并记载情况反馈校长室）②每天早读课结束前5分钟，任课老师就早读内容进行检测（如当天早读课来不及检测，则利用上课新课开始前5分钟进行），并将检测结果告知班主任（争取班主任的配合和支持）。对当天检测未能过关的同学，任课老师必须利用中午或自习课等时间对学生进行补测。当天内容补测合格后学生方可离校回家，否则必须通知家长，争取家长的配合和支持。③早读内容必须具体可操作。检测内容必须有针对性，即让学生读什么就测什么。④早读课老师必须自始至终地在教室维持秩序或帮助辅导有困难的学生。这份“早读管理”文字朴实，简明扼要

却抓住了早读的要害：效率。通过加强检测和监控来提高早读的有效性，让早读不再是粗放经营，让早读的学生不再是无缰的马！

早读课应该是语文教改的一块试验地，是语文教育的花园，而不应该是被遗忘的角落。如果等到那一天，学生都盼望着上早读课，那一定是语文教学的春天到来了！但愿所有的语文教师行动起来，让早读课有序、有趣、有指导、有效果。

参考文献：

- [1]刘儒德.教育中的心理效应[M].上海:华东师范大学出版社,2006.
- [2]孔庆东.审视中学语文教育[M].汕头:汕头大学出版社,1999.
- [3]Gary D.Borich.有效教学法[M].台北:五南图书出版股份有限公司,2007.
- [4]朱自清.朱自清语文教学经验[M].北京:教育科学出版社,2007.

“用模”和“建模”的痕迹。

3.评价习惯于走“老路”。在小学数学的评价试卷上,很难看到以培养学生建模意识、检测学生建模能力为目的的问题。除了基本题的考查外,则是以知识深度为考量的“难题”。评价的手段、方法和内容对日常教学以及教师观念的转变有很强的导向作用,需要与时俱进,适时改革和完善。

所有这些都缘于教师对高屋建瓴的教学观念与方法研究不够,建模意识比较淡薄。

二、小学“数学模型”的构建

1.建模的策略。

(1)精选问题,创设情境,激发建模的兴趣。数学模型都是具有现实的生活背景的,这是构建模型的基础和解决实际问题的需要。如构建“平均数”模型时,可以创设这样的情境:4名男生一组,5名女生一组,进行套圈游戏比赛,哪个组的套圈水平高一些?学生提出了一些解决的方法,如比较每组的总分、比较每组中的最好成绩等,但都遭到否决。这时“平均数”的策略应需而生。于是构建“平均数”的模型成为了学生的需求,同时也揭示了模型存在的背景、适用环境、条件等。

(2)充分感知,积累表象,培育建模的基础。数学模型关注的对象是许多具有共同普遍性的一类事物,因此教师首先要给学生提供丰富的感性材料,多侧面、多维度、全方位感知这类事物的特征或数量相依关系,为数学模型的准确构建提供可能。如一年级“凑十法”模型构建的过程就是一个不断感知、积累的过程。首先通过探究学习9加几的算法,初步了解凑十法。接着采取半扶半放的方式学习“8、7加几”的算法。进一步感知凑十法更广的适用范围。最后,学习6、5、4加几,运用凑十法灵活解决相关计算问题。学生经历了观察、操作、实践、讨论,体验到了“凑十法”的内涵,为形成“凑十法”的模型奠定了坚实的基础,提供了充分的准备。

(3)组织跃进,抽象本质,完成模型的构建。实现通过生活向抽象数学模型的有效过渡,是数学教学的任务之一。但要注意的是,具体生动的情境问题只是为学生数学模型的建构提供了可能,如果忽视从具体到抽象的跃进过程的有效组织,那就不成其为建模。如四年级上册“平行与相交”。如果只是让学生感知火车铁轨、跑道线、双杠、五线谱等具体的素材,而没有透过现象看本质的过程,当学生提取“平行线”的模型时,呈现出来的一定是形态各异的具体事物,而不是具有一般意义的数学模型。而“平行”的数学本质是“同一平面内两条直线间距离保持不变”,教师应将学生关注的目标从具体上升为两条直线及直线间的宽度(距离)。可以让学生通过如下活动来组织跃进过程:①提出问题:为什么两条直线永远不相交呢?②动手实验思考:在两条平行线间作垂线。量一量这些垂线的长度,你发现了什么?你知道工人师傅是通过什么办

法使两条铁轨始终保持平行的吗?经历这样的学习过程,学生对平行的理解必定走向半具体半抽象的模型,从而构建起真正的数学认识。在这一过程的组织中,教师要引导学生通过比较、分析、综合、归纳、操作等思维活动,将本质属性抽取出来,构成研究对象本质的关键特征,使平行线完成从物理模型到直观的数学模型,再到抽象的数学模型的建构过程。

(4)重视思想,提炼方法,优化建模的过程。不管是数学概念的建立、数学规律的发现还是数学问题的解决,核心问题都在于数学思维方法的建立,它是数学模型存在的灵魂。如《圆柱的体积》教学,在建构体积公式这一模型的过程中要突出与之相伴的“数学思想方法”的建模过程。一是转化,这与以前的学习经验相一致,将未知转化成已知。二是极限思想,这与把一个圆形转化为一个长方形类似,这是在众多表面上形态各异的思维策略背后蕴藏的共同具有更高概括意义的数学思想方法,重视数学思想方法的提炼与体验,可以催化数学模型的建构,提升建构的理性高度。

(5)回归生活,变换情境,拓展模型的外延。人的认识过程是由感性到理性再到感性循环往复、螺旋上升的过程。从具体的问题经历抽象提炼初步构建起相应的数学模型,并不是学生认识的终结,还要组织学生将数学模型还原为具体的数学直观或可感的数学现实,使已经构建的数学模型不断得以扩充和提升。如初步建立起来的“鸡兔同笼”问题模型。它是通过“鸡”“兔”来研究问题、解决问题,建立起来的。但建立模型的过程中不可能将所有的同类事物列举穷尽,教师要带领学生继续扩展考察的范围,分析当情境数据变化时所得模型是否稳定。可以出示如下问题让学生分析:9张桌子共26人,正在进行乒乓球单打、双打比赛,单打、双打的各几张桌子?“甲、乙两个车间共126人,如果从甲车间每8人中选一名代表,从乙车间每6人中选一名代表,正好选出17名代表。甲、乙两车间各有多少人?”等等,使模型不断得以丰富和拓展。




2.建模的途径。开展数学建模活动,关注的是建模的过程而不仅仅是结果,更多的是培养思维能力,特别是创造能力。因此,在小学数学教学中要转变观念,革新课堂教学模式,以“建模”的视角来处理教学内容。

(1)根据教学内容,开展建模活动。教材中的一些内容已经考虑按照建模的思路编排,教师要多从建模的角度解读教材,充分挖掘教材中蕴含的建模思想,精心设计和选择列入教学内容的现实问题情境,使学生从中获得“搜集信息,将实际问题数学化,建立模型,解答问题,从而解决问题”的体验。

(2)上好实践活动课,为学生模仿建模甚至独立建模提供有效指导。重点应放在对问题背景、问题条件的考察以及模型建立过程的引导与分析上,力图使学生弄清其中

所蕴涵的思维方式与方法。可以结合教材内容,适当对各种知识点进行整合,并使之融进生活背景,生产出好的“建模问题”作为实践活动课的内容。如苏教版六(上)安排了这样的问题:找10盒火柴,先在小组里拼一拼,看看把10盒火柴包装成一包有哪些不同的方法,怎样包装最节省包装纸。

(3) 改编教材习题,放大功能,使建模教学成为一种自觉行为。教材上许多应用题已不是实际问题的原形,可以根据需要对一些题目进行开发,使其成为建模的有效素材。如将教材“从一点画一条已知直线的垂线”的内容改成“从某村庄修一条到河边的小路,怎样最近?”再如,

教材中“ 图中正方形面积是8平方厘米,求圆的面积”。如果只是一做了事,那么它的价值就不能完全体现出来。可以利用它开展建模活动:可以设圆的半径是 r ,探讨出圆的面积与正方形面积之间的关系: $\pi r^2/4r^2=\pi/4$,从而建立起关系模型,进而解决问题;也可以另辟蹊径,先通过“ 正方形面积是6平方厘米,求圆的面积”这一问题的解决,建立模型,圆的面积是正方形面积的 π 倍。再将原问题转化成,从而获得解决。

学生学习数学模型的方法需要经历一个长期的、不断积累经验、不断深化的过程,需要教师在教学的实践中结合数学知识的教学反复孕育,让学生亲身经历建模过程。

三、小学“数学模型”的应用

数学是一门应用性很强的基础科学,只有在实践应用中才能摄取数学知识的精髓。作为数学知识核心内容的“数学模型”,它的作用自然处于所有数学应用之心脏。简言之,活用“数学模型”可以在很大程度上帮助学生深刻领会所学知识,顺利构建数学体系,从而大大提高学生解决实际问题的能力,使学生数学素质得以足够的提升。

1.用模型解释。如果建模的过程是“归纳”的话,那么用模更多的是“演绎”。用模型去解释,是对模型的提取、解读和应用。如建立分数模型后,通过它解释其它分数的意义,从而实现模型的具体化过程。

2.用模型解题。要学会把复杂问题纳入已有模式之中,使原有模型成为构建和解决新问题的思考工具。例如:A、B两地相距220千米,甲从A、乙从B同时相向而行,甲每小时行40千米,乙每小时行50千米。途中乙修车停了1小时。两车从出发到相遇用了几小时?可以引导学生进行分析:从前解决的问题中两个物体自始至终都在运动,而这个问题中发生了变化,可以把它变成以前的模型,如让乙车再行1小时,两车行的时间就一样多,或甲先单独走1小时后剩下的路程两车同时行驶等,使之成为较为熟悉、较为简单的模式。利用原认知模型解题,必须基于对教材各知识要素的全面把握,进而帮助学生建构起认知模型,使学生能够以原认知模型的不变应数学问题形式中的

万变。

3.用“旧模型”构建“新模型”。数学的概念、法则、关系等都是数学模型,并且总是建立其他数学模型的材料,模型的应用还应体现在对新知的建构上。如“一个数乘一位数”法则是一个模型,在教学“一个数乘两位数”时可以放手让学生自主探究,在其过程中,旧模型被调用,为构建更高一级的法则模型发挥重要作用。随着知识不断更新,学生头脑中的认知结构不断得到重组优化,旧模型往往被具有更“上位”的新模型所代替或统一,使得数学模型更具有了概括性的特征。

4.通过评价,引导用模。一次六年级的数学质量调研,我们编拟了这样一道题:坦克模型玩具是用棱长1分米的正方体盒子包装的,现在需要把24盒装成一箱,为了使包装箱的表面积尽可能小,玩具厂征集包装箱设计方案。小明设计了3种方案(见下表)。

方案	长(分米)	宽(分米)	高(分米)	包装箱表面积(平方分米)
①	1	1	24	98
②	1	2	12	76
③	1	3	8	70
④				
⑤				
⑥				

(1) 请你设计3种与小明不同的方案(长、宽、高分别是1、1、24;1、24、1;24、1、1属同一种方案),将有关数据填在表格中。

(2) 观察表中长、宽、高数据的变化,想一想:当长方体体积不变时,在什么情况下它的表面积最小?把你的发现写下来:_____。

(3) 根据你的发现,如果要将36盒玩具装成一箱,当长是()分米、宽是()分米、高是()分米时,箱子的表面积最小。

这题的设计把整个建模线索以数学材料的形式呈现,让学生在材料的引领下解决某些环节,构建起数学模型,并运用模型求解。这样设计考虑到学生的建模意识和建模能力还处在启蒙培养阶段,避免“越位”和增加学生负担,采取了将其分解,分步解决的办法,既发挥了教师的主导作用,体现以学生为主体的原则,又培养了学生的探索精神,引导学生用数学的眼光观察世界,通过“数学建模”解决实际问题。

数学从“关于数的科学”、“关于数量关系和空间形式的科学”到“关于模式的科学”,经历了不断的发展过程,小学数学教学要顺应发展的要求,培养学生的建模意识和能力。

参考文献:

[1] 数学课程标准(实验版)[S].北京:北京师范大学出版社.