**2023-2024学年度第一学期高三数学周练（3）**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知集合，，则（ ）

A.  B. （1，3）

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】先求出集合*B*，然后再求两集合的并集即可.

【详解】由，得，解得或，

所以或，

因为，

所以，

故选：C

2. 已知复数满足，则（ ）

A. 1 B.  C.  D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数除法运算求得复数*z*，根据复数模的计算即可得答案.

【详解】由得，

故，

故选：B

3. 已知=(2,3)，=(3，*t*)，=1，则=

A. -3 B. -2 C. 2 D.

3【答案】C

【解析】

【分析】根据向量三角形法则求出t，再求出向量的数量积.

【详解】由，，得，则，．故选C．

4. 某人将斐波那契数列的前6项“1，1，2，3，5，8”进行排列设置数字密码，其中两个“1”必须相邻，则可以设置的不同数字密码有（ ）

A. 120种 B. 240种 C. 360种 D. 480种

【答案】A

【解析】

【分析】将两个1捆绑在一起，可以设置的不同数字密码有种，计算即可.

【详解】将两个1捆绑在一起，则可以设置的不同数字密码有种.

故选：A

5. 已知曲线在点处的切线的倾斜角为，则（ ）

A  B.  C. -2 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用导数的几何意义解决即可.

【详解】由题意知在曲线上，所以.

又，所以曲线在点处的切线的斜率为.

又因为曲线在点处切线的倾斜角为，所以切线的斜率为1.

故而.由解得，所以.

故选：B

6. 在中，内角*A*，*B*，*C*所对应的边分别是*a*，*b*，*c*，若的面积是，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据正余弦定理及面积公式化简计算即可.

【详解】由余弦定理可得：

由条件及正弦定理可得：

，

所以，则．

故选：A

7. 若在是减函数，则的最大值是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】先根据辅助角公式化简，再结合余弦函数单调性性质列不等式，解得结果.

【详解】.

当*x*∈时，∈，

由余弦函数的单调减区间可知，

所以，即，

故所求*a*的最大值是·

故选：C

8. 已知函数是上的偶函数，且的图象关于点对称，当时，，则的值为（ ）

A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

【答案】D

【解析】

【分析】由函数是上的偶函数与的图象关于点对称可得出函数的周期，根据时的表达式可求解出一个周期的函数值，从而解出本题.

【详解】解：因为函数是上的偶函数，

所以，

因为的图象关于点对称，

所以，即，

所以，

所以，

所以函数是上周期为4的函数，

当时，，

所以，，

又，，

所以，

所以.

故选：D.

**二、多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知实数，则“”的充要条件是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】根据指数函数，对数函数，幂函数及正弦函数的单调性结合充分条件和必要条件的定义逐一判断即可.

【详解】对于A，因为函数是上的增函数，

所以，所以是“”的充要条件，故A正确；

对于B，由，得，

当时，无意义，

所以是“”的充分不必要条件，故B错误；

对于C，因为函数是上的增函数，

所以，所以是“”的充要条件，故C正确；

对于D，当时，，

所以不是“”的充要条件，故D错误.

故选：AC.

10. 下列命题正确的是（ ）

A. 若样本数据的方差为2，则数据的方差为8

B. 以模型去拟合一组数据时，为了求出经验回归方程，设，求得线性回归方程为，则值分别是和4

C. 若某校高三（1）班8位同学身高（单位）分别为：，则这组数据的上四分位数（即第75百分位数）为174

D. 根据变量与的样本数据计算得到，根据的独立性检验，可判断与有关，且犯错误的概率不超过0.05

【答案】AB

【解析】

【分析】根据可判断A；对两边同时取对数可得可判断B；从小到大排列这组数据，由第75百分位数计算可判断C；可判断D.

【详解】对于A，根据可得数据的方差为，故A正确；

对于B，对两边同时取对数可得，因为，所以

，所以的值分别是和4，故B正确；

对于C，从小到大可得这组数据为，，则这组数据的上四分位数（即第75百分位数）为，故C错误；

对于D，因为，在犯错误的概率不超过0.05的情况下，可判断与无关，故D错误.

故选：AB.

11. 已知定义域为的函数对任意实数都有，且，则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ABC

【解析】

【分析】对于A，在表达式中令结合已知即可验证；对于B，在表达式中令结合A选项分析即可验证；对于C，在表达式中令结合已知即可验证；对于D，结合B、C选项的分析即可验证.

【详解】对于A，在中令，可得，

又，所以，故A选项正确；

对于B，在中令，可得，

又由A选项分析可知，所以，

所以，由实数具有任意性，所以，故B选项正确；

对于C，在中令，结合，

故可得，所以，

由于实数具有任意性，所以，故C选项正确；

对于D，由C选项分析可知，而由B选项分析可知，

所以，故D选项错误.

故选：ABC.

12. 如图，在棱长为1的正方体中，下列命题正确的是（ ）



A. 平面平面，且两平面的距离为

B. 当点在线段上运动时，四面体的体积恒等于四面体的体积

C. 与正方体所有棱都相切的球的体积为

D. 若是正方体的内切球的球面上任意一点，是外接圆的圆周上任意一点，则的最小值是

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据面面平行的判定以及空间点面以及面面距离的求解判断A；根据三棱锥的体积计算判断B；确定球的半径即可求得球的体积，判断C；将的最小值转化为正方体的外接球和内切球半径之差，判断D.

【详解】对于A，正方体中，，

即四边形为平行四边形，故，

平面，平面，故平面，

同理可证平面，而平面，

故平面平面；



设*B*到平面的距离为*d*，，则,

即，则；

同理求得到到平面的距离为；

连接，则，由于平面平面，

故，平面，

故平面，平面，故，

同理可证，而平面，

故平面，而平面平面，则平面，

又，

故平面和平面之间的距离为，A错误；

对于B，当点在线段上运动时，四面体的体积为；

而四面体的体积，

即当点在线段上运动时，四面体的体积恒等于四面体的体积，B正确；

对于C，与正方体所有棱都相切的球的直径为正方体面对角线长,

故该球体积为，C正确；

对于D，正方体的内切球球心和正方体外接球球心是同一个点，即为正方体的中心，

外接球直径为，内切球直径为1；

而外接圆为正方体外接球的一个小圆，

故由是正方体的内切球的球面上任意一点，是外接圆的圆周上任意一点，

得最小值为正方体的外接球半径减去正方体球内切球半径，即，D正确，

故选：BCD

【点睛】关键点睛：解答本题的关键在于要发挥空间想象能力，明确空间的点线面的位置关系，特别是选项D的求解，求解两个动点之间的距离的最小值，要能想象出两动点分别在正方体的内切球和外接球上运动，从而可求得距离的最小值.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 某校拟从2名教师和4名学生共6名党史知识学习优秀者中随机选取3名，组成代表队，参加市党史知识竞赛，则要求代表队中既有教师又有学生的选法共有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_种．

【答案】16

【解析】

【分析】既有教师又有学生的选法分为有1名教师和2名学生和有2名教师和1名学生，根据分类加法计数原理即可求得答案.

【详解】由题意得从6名党史知识学习优秀者中随机选取3名，

其中有1名教师和2名学生的选法有种，

有2名教师和1名学生的选法有种，

故代表队中既有教师又有学生的选法共有（种），

故答案为：16

14. 已知圆锥的表面积为，其侧面展开图是一个半圆．则圆锥的高为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】设圆锥的底面半径为，母线长为，高为，再根据圆锥的表面积公式求出，再利用勾股定理即可得解.

【详解】设圆锥的底面半径为，母线长为，高为，

由于圆锥侧面展开图是一个半圆，

故有，

即圆锥母线长为，

又圆锥的表面积为，

解得，所以，

所以圆锥的高为.

故答案为：.

15. 设函数在区间恰有两个零点，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据题意，结合正弦函数的性质即可求解.

【详解】由，得，

因为函数在区间恰有两个零点，

所以，解得，

所以的取值范围是.

故答案为：.

16. 在三棱锥中，平面为外接圆的圆心，为三棱锥外接球的球心，，则三棱锥的外接球的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】依题意由正弦定理可求得外接圆的半径为，再利用线面垂直关系确定球心位置在的正上方，由勾股定理可求出外接球的半径为，即可得出求的表面积.

【详解】根据题意可知，设外接圆的半径为，

在中由正弦定理可知，解得，即；

易知三棱锥外接球的球心在的正上方，且平面；

又平面，所以；

因为平面，可得，又，

所以可得四边形是矩形，即；

设，三棱锥外接球的半径为，

由勾股定理可得，解得；

所以可得三棱锥的外接球的表面积为.

故答案为：

【点睛】关键点点睛：本题突破口在于利用正弦定理将外接圆的半径为求出，并根据线面垂直关系再确定其位置，由勾股定理求出外接球半径大小即可得球的表面积.

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17.（本题10分）已知函数的最小正周期为.

（1）求的值；

（2）将函数的图象先向左平移个单位长度，再向上平移2个单位长度，得到函数的图象.若在区间上有且仅有5个零点，求的取值范围.

【解析】（1）



因为函数的最小正周期为，

所以.

（2）将函数的图像向左平移个单位长度，再向上平移2个单位长度，得到的图像，

所以.

令，得，

因为上有且仅有5个零点，

所以.

18.（本题12分）教育是阻断贫困代际传递的根本之策．补齐贫困地区义务教育发展的短板，让贫困家庭子女都能接受公平而有质量的教育，是夯实脱贫攻坚根基之所在．治贫先治愚，扶贫先扶智．为了解决某贫困地区教师资源匮乏的问题，某市教育局拟从5名优秀教师中抽选人员分批次参与支教活动．支教活动共分3批次进行，每次支教需要同时派送2名教师，且每次派送人员均从这5人中随机抽选．已知这5名优秀教师中，2人有支教经验，3人没有支教经验．

（1）求5名优秀教师中的“甲”，在这3批次支教活动中恰有两次被抽选到的概率；

（2）求第一次抽取到无支教经验的教师人数的分布列；

【答案】（1）

（2）分布列见解析

【解析】

【分析】（1）根据二项分布的概率公式即可求解，

（2）根据超几何分布的概率公式即可求解概率，进而可求解分布列.

【小问1详解】

5名优秀教师中的“甲”在每轮抽取中，被抽取到的概率为，

则三次抽取中，“甲”恰有两次被抽取到的概率为；

【小问2详解】

*X*表示第一次抽取到的无支教经验的教师人数，*X*的可能取值有0，1，2．

；；．

所以分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 |
| *P* | 0.1 | 0.6 | 0.3 |

19.（本题12分） 的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知*A*为锐角，.

（1）求*A*；

（2）若，且边上的高为，求的面积.

【答案】（1）；（2）．

【解析】

【分析】（1）先用余弦定理化余弦为边，再用正弦定理化边为角从而求得；

（2）由余弦定理用表示，然后把三角形的面积用两种方法表示求得，从而可计算出面积．

【详解】（1）由得，

由余弦定理得，所以，

由正弦定理得，是三角形内角，，

所以，又*A*为锐角，所以．

（2）由（1），，

所以，即，，

，

．

【点睛】思路点睛：本题考查正弦定理、余弦定理、三角形面积公式．利用正弦定理和余弦定理进行边角互化是解题关键．三角形的面积采取了二次计算，通过不同的计算方法得出等式，从而求解．这是一种解题技巧．

20.（本题12分） 如图，四棱锥中，四边形是矩形，平面，*E*是的中点．



（1）若的中点是*M*，求证：平面；

（2）若，求平面与平面所成二面角的正弦值．

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）取*PC*的中点*F*，连接*EM*，*DF*，*FM*，再根据已知得四边形*DEMF*是平行四边形，得到，然后利用线面平行的判定定理证明；

（2）由平面，，建立空间直角坐标系，求得平面*PCE*的一个法向量，平面*PAB*的一个法向量为 ，由 求解可得答案.

【小问1详解】

如图所示：



取*PC*的中点*F*，连接*EM*，*DF*，*FM*，

因为四边形为矩形，*E*是的中点，

所以，，

所以，

所以四边形*DEMF*是平行四边形，

所以，又平面*PCD*，平面*PCD*，

所以平面*PCD*.

【小问2详解】

由平面，，建立如图所示空间直角坐标系，



则，

所以 ，

设平面*PCE*的一个法向量为 ，

则，即 ，

令 ，得，

易知平面*PAB*的一个法向量为 ，

则 ，

设平面与平面所成二面角为，

所以.

21.（本题12分）已知函数.

（1）若曲线在点处的切线与轴平行，求该切线方程；

（2）讨论曲线与直线的交点个数.

【解析】（1），

因为曲线在点处的切线与轴平行，

所以，

因为，

所以.

所以所求切线方程为.

（2）函数为偶函数，

当时，单调递增，

所以时，单调递减.

所以.

当时，曲线与直线无交点；

当时，曲线与直线有且仅有一个交点；

当时，在上，，

令，得舍去，则



又

所以在上，曲线与直线有且仅有一个交点，

所以在上，曲线与直线有两个交点.

22.（本题12分）已知函数，其中.

（1）若，求的单调区间；

（2）若恰有2个不同的极值点，求的取值范围；

（3）若恰有2个不同的零点，求的取值范围.

【答案】（1）单调减区间为，无增区间.

（2）

（3）

【解析】

【分析】（1）求得，设，利用导数求得函数的单调性，结合，得到，即可求解；

（2）求得，转化为有两个不等的正根，设，分和，两种情况，利用导数求得函数的单调性，结合，列出不等式，即可求解；

（3）根据题意，转化为，设，求得，得出函数单调性和最值，列出不等式，即可求解.

【小问1详解】

解：若，则，可得，

设，则，

当时，递增；当时，递减，

所以，即，所以在递减，

即的单调减区间为，无增区间.

【小问2详解】

解：由函数，可得，

由题意可得有两个不等的正根，

设，

若，则在递增，不符合题意；

若，可得，令，可得，

当时，，单调递减；当时，，单调递增，

可得，

因为有两个不等的正根，所以，解得，

所以实数的取值范围是.

【小问3详解】

解：由，可得，即，

设，则，

当时，，单调递减；当时，，单调递增，

所以，

又时，时，，

因为恰有2个不同的零点，所以，可得，

所以实数的取值范围是.

【点睛】方法总结：利用导数研究函数的零点求参数问题的求解策略:

1、构造函数法：构造新函数，利用导数求得函数的单调性与极值，结合零点的个数，列出不等式组，即可求得参数的范围；

2、参数分离法：根据题意，化简得到，转化为和两个函数的图象的交点个数，从而求得参数的取值范围.