

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题 10 分) 已知函数 $f(x) = 2\sin\omega x \cos\omega x + 2\sqrt{3}\cos^2\omega x - \sqrt{3}$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π .

(1) 求 ω 的值;

(2) 将函数 $f(x)$ 的图象先向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度，得到函数 $y = g(x)$ 的图象. 若 $g(x)$ 在区间 $[0, m]$ 上有且仅有 5 个零点，求 m 的取值范围.

18. (本题 12 分) 教育是阻断贫困代际传递的根本之策. 补齐贫困地区义务教育发展的短板，让贫困家庭子女都能接受公平而有质量的教育，是夯实脱贫攻坚根基之所在. 治贫先治愚，扶贫先扶智. 为了解决某贫困地区教师资源匮乏的问题，某市教育局拟从 5 名优秀教师中抽选人员分批次参与支教活动. 支教活动共分 3 批次进行，每次支教需要同时派送 2 名教师，且每次派送人员均从这 5 人中随机抽选. 已知这 5 名优秀教师中，2 人有支教经验，3 人没有支教经验.

(1) 求 5 名优秀教师中的“甲”，在这 3 批次支教活动中恰有两次被抽选到的概率;

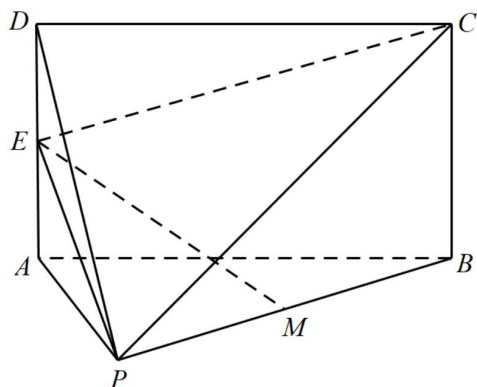
(2) 求第一次抽取到无支教经验的教师人数 X 的分布列;

19. (本题 12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 A 为锐角， $\sin B - \cos C = \frac{c^2 - a^2}{2ab}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $b = \frac{\sqrt{3}}{4}c$ ，且 BC 边上的高为 $2\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (本题 12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $DA \perp$ 平面 PAB , E 是 DA 的中点.



- (1) 若 PB 的中点是 M , 求证: $EM \parallel$ 平面 PCD ;
- (2) 若 $PA \perp PB, PA = AD = 2, AB = 2\sqrt{2}$, 求平面 PCE 与平面 PAB 所成二面角的正弦值.

21. (本题 12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - x \cdot \sin x - \cos x$.

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线与 x 轴平行, 求该切线方程;
- (2) 讨论曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = a$ 的交点个数.

22. (本题 12 分) 已知函数 $f(x) = x \ln x - \frac{1}{2}ax^2$, 其中 $a \in \mathbb{R}$.

- (1) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 若 $f(x)$ 恰有 2 个不同的极值点, 求 a 的取值范围;
- (3) 若 $f(x)$ 恰有 2 个不同的零点, 求 a 的取值范围.