2021-2022学年第一学期

高二年级数学期中质量调研试卷

命题人：谈燕华　　审卷人：虞静娴

一、单选题（共8题，每题5分，共40分）

1．若直线l过$(-1,0),(0,\sqrt{3})$两点，则直线l的倾斜角为（　　）

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 150°

2．已知m是实常数，若方程$x^2+y^2+2x+4y+m=0$表示的曲线是圆，则m的取值范围为（　　）

A．$(-\infty,20)$　　B．$(-\infty,5)$　　C．$(5,+\infty)$　　D．$(20,+\infty)$

3．双曲线$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$的渐近线方程是（　　）

A．$y=\pm\dfrac{16}{9}x$　　B．$y=\pm\dfrac{9}{16}x$　　C．$y=\pm\dfrac{4}{3}x$　　D．$y=\pm\dfrac{3}{4}x$

4．已知直线$l_1:ax+2y+6=0$，$l_2:x+(a-1)y+3=0$，若$l_1//l_2$，则$a=$（　　）

A．-1　　B．2　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．2或-1

5．阿基米德是古希腊著名的数学家、物理学家，他利用“逼近法”得到椭圆的面积除以圆周率π等于椭圆的长半轴长与短半轴长的乘积。已知在平面直角坐标系xOy中，椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的面积为$2\sqrt{3}\pi$，两焦点与短轴的一个端点构成等边三角形，则椭圆$C$的标准方程是（　　）

A．$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　　B．$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{6}=1$　　C．$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{\sqrt{3}}=1$　　D．$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$

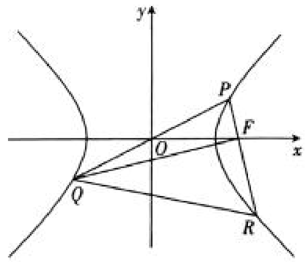
6．若抛物线$y^2=-8x$上一点P到焦点的距离为8，则点P的纵坐标为（　　）

A．-6　　B．±6　　C．7　　D．$\pm4\sqrt{3}$

7．已知圆$C:x^2+y^2-6x-8y-24=0$，则x^2+y^2的最大值与最小值的和为（　　）

A．14　　B．148　　C．12　　D．128

8．如图，O是坐标原点，P是双曲线$E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$右支上的一点，$F$是$E$的右焦点，延长$PO,PF$分别交$E$于$Q,R$两点，已知$QF\perp FR$，且$|QF|=2|FR|$，则$E$的离心率为（　　）



A．$\frac{\sqrt{17}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{17}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{21}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{21}}{3}$

二、多选题（共4题，每题5分，共20分。全对得5分，漏选得2分，错选不得分）

9．对于直线l：$x=my+1$，下列说法错误的是（　　）

A．$m=\sqrt{3}$时直线l的倾斜角为60°

B．直线l斜率必定存在

C．直线l恒过定点$(1,0)$

D．$m=2$时直线l与两坐标轴围成的三角形面积为$\frac{1}{4}$

10．已知曲线$C:mx^2-ny^2=1$（　　）

A．若$m=0$，$n<0$，则C是两条直线

B．若$m=n<0$，则C是圆，其半径为$\sqrt{-n}$

C．若$m>-n>0$，则C是椭圆，其焦点在x轴上

D．若$mn>0$，则C是双曲线，其渐近线方程为$y=\pm\sqrt{\frac{m}{n}}x$

11．点P在圆$C_1:x^2+y^2=1$上，点Q在圆$C_2:x^2+y^2-6x+8y+24=0$上，则（　　）

A．$|PQ|$的最小值为3

B．$|PQ|$的最大值为7

C．两个圆心所在的直线斜率为$-\frac{4}{3}$

D．两个圆相交弦所在直线的方程为$6x-8y-25=0$

12．若椭圆$C_1:\frac{x^2}{{a_1}^2}+\frac{y^2}{{b_1}^2}=1(a_1>b_1>0)$和椭圆$C_2:\frac{x^2}{{a_2}^2}+\frac{y^2}{{b_2}^2}=1(a_2>b_2>0)$的离心率相同，且$a_1>a_2$，则下列结论正确的是（　　）

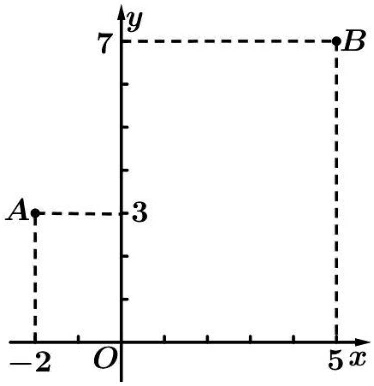
A. 椭圆C_1和椭圆C_2一定没有公共点　　B. $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}$

C. ${a_1}^2-{a_2}^2<{b_1}^2-{b_2}^2$　　D. $a_1-a_2<b_1-b_2$

三、填空题（共 4 题，每题 5 分，共 20 分。16 题第一空 2 分，第二空 3 分）

13．若圆$C:x^2+\left(y+1\right)^2=1$被直线$l:x+y+a=0$所截得的弦长为$\sqrt{2}$，则实数$a$的值是______.

14．台球运动中反弹球技法是常见的技巧，其中无旋转反弹球是最简单的技法，主球撞击目标球后，目标球撞击台边之后按照光线反射的方向弹出，想要让目标球沿着理想的方向反弹，就要事先根据需要确认台边的撞击点，同时做到用力适当，方向精确，这样才能通过反弹来将目标球成功击入袋中. 如图，现有一目标球从点$A\left(-2,3\right)$无旋转射入，经过x轴（桌边）上的点P反弹后，经过点$B\left(5,7\right)$，则点P的坐标为_______.



15．已知F_1,F_2为椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点，$\left|F_1F_2\right|=4$，点$Q(2,\sqrt{2})$在椭圆$C$上，$P$是椭圆$C$上的动点，则$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PF_1}$的最大值为________.

16．已知点$M\left(x_0,y_0\right)\left(y_0>0\right)$是抛物线$C$：$y^2=4x$上一点，以$M$为圆心，$r$为半径的圆$M$与抛物线$C$的准线相切，且与$x$轴的两个交点的横坐标之积为 5，则圆$M$的方程为______，若过抛物线$C$的焦点$F$作圆$M$的切线交抛物线于$A,B$两点，则$\left|AF\right|\cdot\left|BF\right|$______.

四、解答题（共 6 题，第 17 题 10 分，其余每题 12 分，共 70 分）

17．已知ΔABC的三个顶点分别为$A(-1,5),B(-3,-1),C(4,7)$

（1）求AB边上的中线CM所在直线的方程.

（2）求AC边上的高BH所在直线的方程.

18．已知圆M过点$A(4,0),B(-2,0),C(1,3)$.

（1）求圆M的标准方程；

（2）若过点$P(2,3)$且斜率为k的直线l与圆M相切，求k的值.

19．求符合下列条件的圆锥曲线方程：

（1）已知抛物线C的焦点是直线$3x-4y-12=0$与坐标轴的交点，求抛物线C的方程.

（2）已知双曲线和椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$有相同的焦点，且其离心率是椭圆的 2 倍，求双曲线的标准方程.

20．已知抛物线$C:x^2=4y$，过点$P(1,-2)$作斜率为$k(k>0)$的直线l与抛物线C相交于A,B两点.

（1）求k的取值范围；

（2）记P关于x轴对称的点为Q，若ΔQAB的面积为 16，求直线l的方程.

21．已知$A(0,3)$，直线$l:y=2x-4$，设圆C的半径为 1，圆心在l上.

（1）若圆心C也在直线$y=x-1$上，且过A的直线m与圆C有公共点，求直线m斜率k的取值范围；

（2）若圆C上存在点M，使$|MA|=2|MO|$，求圆心C的横坐标a的取值范围.

22．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$(1,0)$，且经过点$A(0,1)$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)设O为坐标原点，直线$l:y=kx+t(t\neq\pm 1)$与椭圆C交于两个不同的点P,Q，直线AP与x轴交于点M，直线AQ与x轴交于点N，若$|OM|\bullet|ON|=2$，求证：直线l经过定点.

参考答案

1．B　2．B　3．C　4．A　5．A　6．D　7．B　8．B

9．AB　10．AD　11．ABC　12．AB

13．0或2　14．$\left(\frac{1}{10},0\right)$　15．$\frac{9}{2}$　16．$\left(x-3\right)^2+\left(y-2\sqrt{3}\right)^2=16$；16

17．解：（1）$\because AB$中点$M(-2,2)$，而$C(4,7)\ \therefore k_{CM}=\frac{7-2}{4-(-2)}=\frac{5}{6}$，所以直线

$CM: y-2=\frac{5}{6}(x+2)$即$5x-6y+22=0$---6分

（2）$\because A(-1,5),C(4,7)\ \therefore k_{AC}=\frac{7-5}{4-(-1)}=\frac{2}{5},\therefore k_{BH}=-\frac{5}{2}$所以直线

$BH: y+1=-\frac{5}{2}(x+3)$即$5x+2y+17=0$---12分

18．解：（1）设圆M的标准方程为$\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=r^2$，

则$\begin{cases}\left(4-a\right)^2+\left(0-b\right)^2=r^2\\ \left(-2-a\right)^2+\left(0-b\right)^2=r^2\\ \left(1-a\right)^2+\left(3-b\right)^2=r^2\end{cases}$，解得$a=1,b=0,r=3$，

$\therefore$圆M的标准方程为$\left(x-1\right)^2+y^2=9$；---6分

（2）可得直线l的方程为$y-3=k\left(x-2\right)$，即$kx-y-2k+3=0$，

$\because$直线l与圆M相切，

$\therefore$圆心到直线的距离$\frac{\left|-k+3\right|}{\sqrt{k^2+1}}=3$，解得$k=0$或$-\frac{3}{4}$.---12分

19.解：（1）①直线$3x-4y-12=0$与x轴的交点为（4,0）所以抛物线C的焦点为（4,0），

方程为$y^2=16x$--3分

②直线$3x-4y-12=0$与y轴的交点为（0,-3）所以抛物线C的焦点为（0,-3），方程为

$x^2=-12y$--6分

综上所述：抛物线C的方程为$y^2=16x$或$x^2=-12y$

（2）因为椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$的焦点坐标为$(\pm\sqrt{7},0)$，离心率为$\frac{\sqrt{7}}{4}$，所以双曲线的焦点为

$(\pm\sqrt{7},0)$，离心率为$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，所以$c=\sqrt{7},a=2,b^2=c^2-a^2=3$，

所以双曲线的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$--12 分

20．解：（1）由题意，设直线 l 的方程为$y+2=k(x-1)$，

联立方程组$\begin{cases}y+2=k(x-1)\\x^2=4y\end{cases}$，整理得$x^2-4kx+4k+8=0$，------------------------------------3 分

由题意知$\Delta>0$，所以$k^2-k-2>0$，即$k<-1$或$k>2$，

因为$k>0$，所以 k 的取值范围为$(2,+\infty)$．--5 分

（2）设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

由（1）知$x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=4k+8$，---7 分

因为$S_{\triangle QAB}=\left|S_{\triangle PQA}-S_{\triangle PQB}\right|=\dfrac{1}{2}|PQ||x_1-x_2|=2\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$，（此步可用计算$|AB|$和点$Q$到直线$AB$的距离代替）---9 分

所以$2\sqrt{16k^2-4(4k+8)}=8\sqrt{k^2-k-2}=16$，即$k^2-k-6=0$，所以$k=3$或$k=-2$，------11 分

因为$k>2$，所以$k=3$，则直线 l 的方程为$3x-y-5=0$．-------------------------------------12 分

21．解：（1）根据圆心在直线$l:y=2x-4$上，若圆心C也在直线$y=x-1$上，

则由$\begin{cases}y=2x-4\\y=x-1\end{cases}$，求得$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$，可得圆心坐标为$(3,2)$．

设过$A(0,3)$的直线m方程为$y-3=k(x-0)$，即$kx-y+3=0$，

由题意可得$\dfrac{|3k-2+3|}{\sqrt{k^2+1}}\le 1$，求得$-\dfrac{3}{4}\le k\le 0$--6 分

（2）根据圆心在直线$l:y=2x-4$上，可设圆的方程为$(x-a)^2+(y-2a+4)^2=1$．

若圆C上存在点M，使$|MA|=2|MO|$，设$M(x,y)$，$\because MA=2MO$，

$\therefore\sqrt{x^2+(y-3)^2}=2\sqrt{x^2+y^2}$，化简可得$x^2+(y+1)^2=4$，故点$M$在以$D(0,-1)$为圆心、半径等于 2 的圆上.---8 分

根据题意，点M也在圆C上，故圆C和圆D有交点，$\therefore 2-1\le CD\le 1+2$，即

$1\le\sqrt{a^2+(2a-4+1)^2}\le 3$，---10 分

求得$\begin{cases}5a^2-12a+8\ge 0\\5a^2-12a\le 0\end{cases}$，解得$0\le a\le\dfrac{12}{5}$.---12 分

22．解：（1）因为椭圆的右焦点为$(1,0)$，所以$c=1$；

因为椭圆经过点$A(0,1)$,所以$b=1$，所以$a^2=b^2+c^2=2$，故椭圆的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$.--4 分

（2）设$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$

联立$\begin{cases}\frac{x^2}{2}+y^2=1\\ y=kx+t(t\neq 1)\end{cases}$ 得$(1+2k^2)x^2+4ktx+2t^2-2=0$ ，

$\Delta>0,x_1+x_2=-\frac{4kt}{1+2k^2},x_1x_2=\frac{2t^2-2}{1+2k^2}$，--6 分

直线$AP:y-1=\frac{y_1-1}{x_1}x$，令$y=0$得$x=\frac{-x_1}{y_1-1}$，即$|OM|=\left|\frac{-x_1}{y_1-1}\right|$；

同理可得$|ON|=\left|\frac{-x_2}{y_2-1}\right|$.--8 分

因为$|OM||ON|=2$,所以$\left|\frac{-x_1}{y_1-1}\right|\left|\frac{-x_2}{y_2-1}\right|=\left|\frac{x_1x_2}{y_1y_2-(y_1+y_2)+1}\right|=2$；

因为$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2t=\frac{2t}{1+2k^2}$，$y_1y_2=k^2x_1x_2+kt(x_1+x_2)+t^2=\frac{t^2-2k^2}{1+2k^2}$.

所以$\left|\frac{t^2-1}{t^2-2t+1}\right|=1$，解之得$t=0$，---10 分

所以直线方程为$y=kx$，所以直线l恒过定点$(0,0)$.--12 分