

数学试题

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 全卷满分 120 分. 考试时间为 120 分钟. 考生应将答案全部填写在答题卡相应的位置上, 写在本试卷上无效. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 考试时不允许使用计算器.
2. 答题前, 考生务必将自己的姓名、考试证号填写在试卷上, 并填涂好答题卡上的考生信息.
3. 作图必须用 2B 铅笔作答, 并请加黑加粗, 描写清楚.

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是正确的)

1. $\frac{1}{2}$ 的倒数是

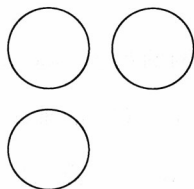
- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 计算 $(m^2)^3$ 的结果是

- A. m^5 B. m^6 C. m^8 D. m^9

3. 下图是某几何体的三视图, 该几何体是

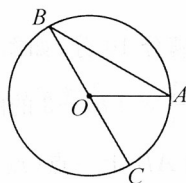
- A. 正方体 B. 圆锥 C. 圆柱 D. 球



(第 3 题)



(第 4 题)



(第 5 题)

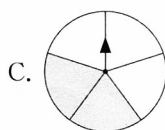
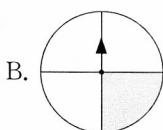
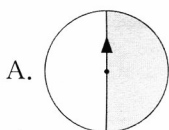
4. 观察所示脸谱图案, 下列说法正确的是

- A. 它是轴对称图形, 不是中心对称图形
- B. 它是中心对称图形, 不是轴对称图形
- C. 它既是轴对称图形, 也是中心对称图形
- D. 它既不是轴对称图形, 也不是中心对称图形

5. 如图, BC 是 $\odot O$ 的直径, AB 是 $\odot O$ 的弦. 若 $\angle AOC = 60^\circ$, 则 $\angle OAB$ 的度数是

- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

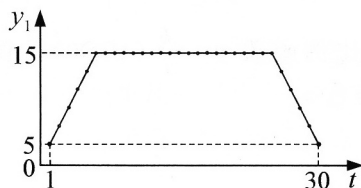
6. 以下转盘分别被分成 2 个、4 个、5 个、6 个面积相等的扇形, 任意转动这 4 个转盘各 1 次. 已知某转盘停止转动时, 指针落在阴影区域的概率是 $\frac{1}{3}$, 则对应的转盘是



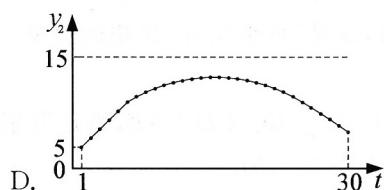
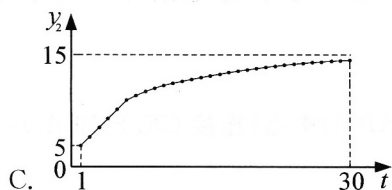
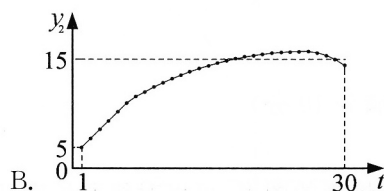
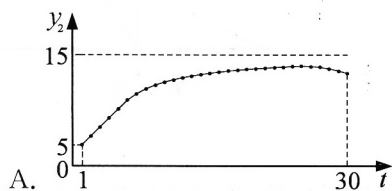
7. 已知二次函数 $y=(a-1)x^2$, 当 $x>0$ 时, y 随 x 增大而增大, 则实数 a 的取值范围是

- A. $a>0$ B. $a>1$ C. $a\neq 1$ D. $a<1$

8. 为规范市场秩序、保障民生工程, 监管部门对某一商品的价格持续监控. 该商品的价格 y_1 (元/件) 随时间 t (天) 的变化如图所示, 设 y_2 (元/件) 表示从第 1 天到第 t 天该商品的平均价格, 则 y_2 随 t 变化的图像大致是



(第 8 题)



二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. 化简: $\sqrt[3]{27} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

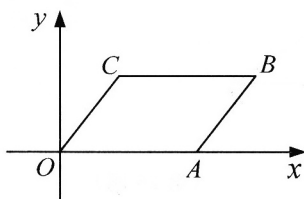
10. 计算: $2a^2 - (a^2 + 2) = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

11. 分解因式: $x^2 - 4y^2 = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

12. 近年来, 5G 在全球发展迅猛, 中国成为这一领域基础设施建设、技术与应用落地的一大推动者. 截至 2021 年 3 月底, 中国已建成约 819 000 座 5G 基站, 占全球 70% 以上. 数据 819 000 用科学记数法表示为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

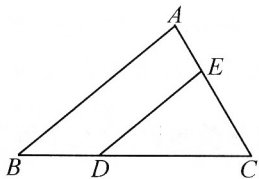
13. 数轴上的点 A、B 分别表示 -3、2, 则点 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 离原点的距离较近(填“ A ”或“ B ”).

14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 其中点 A 在 x 轴正半轴上. 若 $BC=3$, 则点 A 的坐标是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

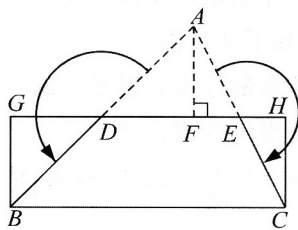


(第 14 题)

15. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 分别在 BC 、 AC 上, $\angle B=40^\circ$, $\angle C=60^\circ$.若 $DE\parallel AB$,则 $\angle AED=$ \blacktriangle $^\circ$.

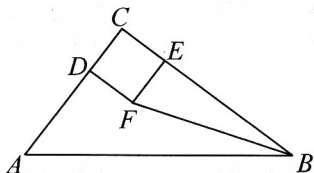


(第 15 题)

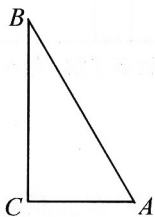


(第 16 题)

16. 中国古代数学家刘徽在《九章算术注》中,给出了证明三角形面积公式的出入相补法.如图
所示,在 $\triangle ABC$ 中,分别取 AB 、 AC 的中点 D 、 E ,连接 DE ,过点 A 作 $AF\perp DE$,垂足为 F ,
将 $\triangle ABC$ 分割后拼接成矩形 $BCHG$.若 $DE=3$, $AF=2$,则 $\triangle ABC$ 的面积是 \blacktriangle .
17. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC=3$, $BC=4$,点 D 、 E 分别在 CA 、 CB 上,点 F 在 $\triangle ABC$ 内.若四边
形 $CDFE$ 是边长为 1 的正方形,则 $\sin\angle FBA=$ \blacktriangle .



(第 17 题)



(第 18 题)

18. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle CBA=30^\circ$, $AC=1$, D 是 AB 上一点(点 D 与点 A
不重合).若在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边上存在 4 个不同的点分别和点 A 、 D 成为直角三角形的
三个顶点,则 AD 长的取值范围是 \blacktriangle .

三、解答题(本大题共 10 小题,共 84 分.请在答题卡指定区域内作答,如无特殊说明,解答应写
出文字说明、演算步骤或推理过程)

19. (本小题满分 6 分)计算: $\sqrt{4}-(-1)^2-(\pi-1)^0+2^{-1}$.

20. (本小题满分 8 分)解方程组和不等式组:

$$(1) \begin{cases} x+y=0, \\ 2x-y=3; \end{cases}$$

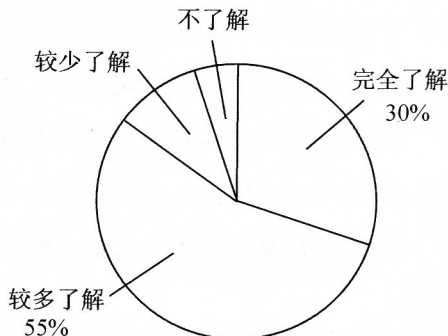
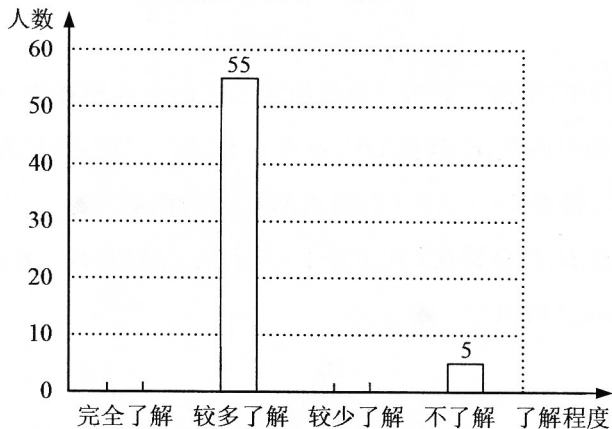
$$(2) \begin{cases} 3x+6>0, \\ x-2<-x. \end{cases}$$

21. (本小题满分 8 分)为降低处理成本,减少土地资源消耗,我国正在积极推进垃圾分类政策,引导居民根据“厨余垃圾”、“有害垃圾”、“可回收物”和“其他垃圾”这四类标准将垃圾分类处理.调查小组就某小区居民对垃圾分类知识的了解程度进行了抽样调查,并根据调查结果绘制成如下统计图.

(1)本次调查的样本容量是 ▲ ;

(2)补全条形统计图;

(3)已知该小区有居民 2000 人,请估计该小区对垃圾分类知识“完全了解”的居民人数.



(第 21 题)

22. (本小题满分 8 分)在 3 张相同的小纸条上,分别写上条件:①四边形 $ABCD$ 是菱形;②四边形 $ABCD$ 有一个内角是直角;③四边形 $ABCD$ 的对角线相等.将这 3 张小纸条做成 3 支签,放在一个不透明的盒子中.

(1)搅匀后从中任意抽出 1 支签,抽到条件①的概率是 ▲ ;

(2)搅匀后先从中任意抽出 1 支签(不放回),再从余下的 2 支签中任意抽出 1 支签.四边形 $ABCD$ 同时满足抽到的 2 张小纸条上的条件,求四边形 $ABCD$ 一定是正方形的概率.

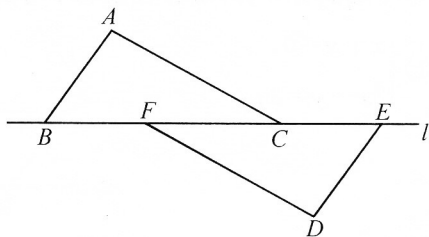
23. (本小题满分 8 分)如图, B, F, C, E 是直线 l 上的四点, $AB \parallel DE, AB = DE, BF = CE$.

(1)求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2)将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折得到 $\triangle A'BC$.

①用直尺和圆规在图中作出 $\triangle A'BC$ (保留作图痕迹,不要求写作法);

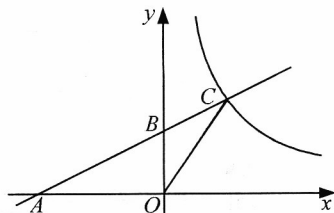
②连接 $A'D$,则直线 $A'D$ 与 l 的位置关系是 ▲ .



(第 23 题)

24. (本小题满分 8 分) 为落实节约用水的政策, 某旅游景点进行设施改造, 将手拧水龙头全部更换成感应水龙头. 已知该景点在设施改造后, 平均每天用水量是原来的一半, 20 吨水可以比原来多用 5 天. 该景点在设施改造后平均每天用水多少吨?

25. (本小题满分 8 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + b$ 的图像分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、 B , 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像交于点 C , 连接 OC . 已知点 $A(-4, 0)$, $AB = 2BC$.



(第 25 题)

- (1) 求 b 、 k 的值;
 (2) 求 $\triangle AOC$ 的面积.

26. (本小题满分 10 分)

【阅读】

通过构造恰当的图形, 可以对线段长度、图形面积大小等进行比较, 直观地得到一些不等关系或最值, 这是“数形结合”思想的典型应用.

【理解】

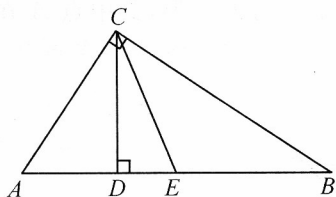
(1) 如图 1, $AC \perp BC$, $CD \perp AB$, 垂足分别为 C 、 D , E 是 AB 的中点, 连接 CE . 已知 $AD = a$, $BD = b (0 < a < b)$.

- ① 分别求线段 CE 、 CD 的长 (用含 a 、 b 的代数式表示);
 ② 比较大小: CE ▲ CD (填“ $<$ ”、“ $=$ ”或“ $>$ ”), 并用含 a 、 b 的代数式表示该大小关系.

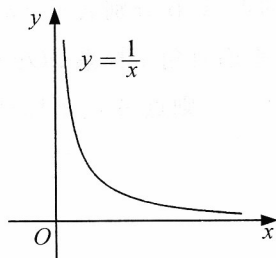
【应用】

(2) 如图 2, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 M 、 N 在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图像上, 横坐标分别为 m 、 n . 设 $p = m + n$, $q = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$, 记 $l = \frac{1}{4}pq$.

- ① 当 $m = 1, n = 2$ 时, $l =$ ▲; 当 $m = 3, n = 3$ 时, $l =$ ▲;
 ② 通过归纳猜想, 可得 l 的最小值是 ▲. 请利用图 2 构造恰当的图形, 并说明你的猜想成立.



(图 1)



(图 2)

(第 26 题)

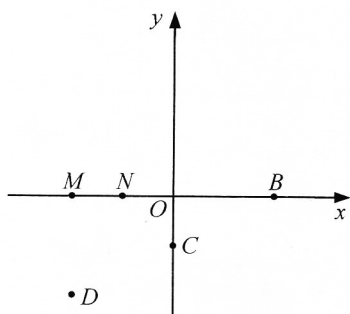
27. (本小题满分 10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于 A, A' 两点, 若在 y 轴上存在点 T , 使得 $\angle ATA' = 90^\circ$, 且 $TA = TA'$, 则称 A, A' 两两互相关联, 把其中一个点叫做另一个点的关联点. 已知点 $M(-2, 0), N(-1, 0)$, 点 $Q(m, n)$ 在一次函数 $y = -2x + 1$ 的图像上.

(1) ① 如图, 在点 $B(2, 0), C(0, -1), D(-2, -2)$ 中, 点 M 的关联点是 ▲ (填“B”、“C”或“D”);

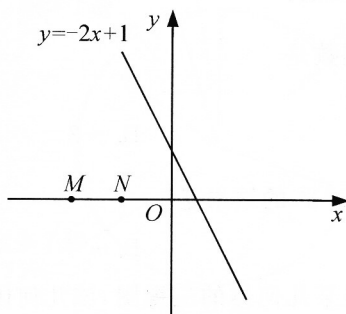
② 若在线段 MN 上存在点 $P(1, 1)$ 的关联点 P' , 则点 P' 的坐标是 ▲;

(2) 若在线段 MN 上存在点 Q 的关联点 Q' , 求实数 m 的取值范围;

(3) 分别以点 $E(4, 2), Q$ 为圆心, 1 为半径作 $\odot E, \odot Q$. 若对 $\odot E$ 上的任意一点 G , 在 $\odot Q$ 上总存在点 G' , 使得 G, G' 两两互相关联, 请直接写出点 Q 的坐标.



(第 27 题)



(备用图)

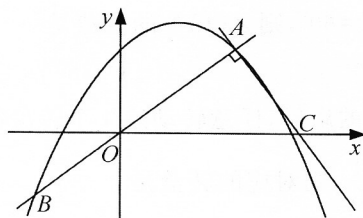
28. (本小题满分 10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 和二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + 3$ 的图像都经过点 $A(4, 3)$ 和点 B , 过点 A 作 OA 的垂线交 x 轴于点 C .

D 是线段 AB 上一点 (点 D 与点 A, O, B 不重合), E 是射线 AC 上一点, 且 $AE = OD$, 连接 DE , 过点 D 作 x 轴的垂线交抛物线于点 F , 以 DE, DF 为邻边作 $\square DEGF$.

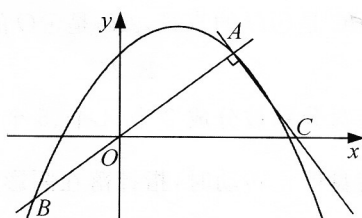
(1) 填空: $k = \underline{\text{▲}}$, $b = \underline{\text{▲}}$;

(2) 设点 D 的横坐标是 $t (t > 0)$, 连接 EF . 若 $\angle FGE = \angle DFE$, 求 t 的值;

(3) 过点 F 作 AB 的垂线交线段 DE 于点 P . 若 $S_{\triangle DFP} = \frac{1}{3} S_{\square DEGF}$, 求 OD 的长.



(第 28 题)



(备用图)